

# Journal of Computational Astronomy & Astronomical Computing

Revista de astronomía computacional y cálculo astronómico

Nº 1. November 2024

In this issue:

## Editorial

- 5 Computational celestial navigation at sea** Luis Mederos  
**15 Orbits of binary stars from lunar occultations** Enrique Velasco  
**25 El Catálogo de Hiparco** César González  
**49 Uso de Scripting en Stellarium** Sergio Díaz  
**57 Astronomical Computing: Cálculo del día juliano** Tomás Alonso  
**64 Software for Photometry & Astrometry: Astrometrica** Ramón Naves y Montse Campàs

Edited by **Federación de Asociaciones Astronómicas de España** in Madrid (c/Serrano, 117)

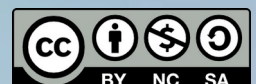
The Journal of Computational Astronomy & Astronomical Computing is an effort by the FAAE - Grupo de Cálculo Astronómico (GCA) to encourage the use of software tools and the development of codes and algorithms for astronomical applications within the framework of amateur astronomy, as well as to connect the amateur community with the professional astronomy community and promote cross-collaboration and ProAm projects between both groups.



Sociedad Española de  
Astronomía



Federación de Asociaciones  
Astronómicas de España



This work is licensed under a Creative  
Commons Attribution 4.0 License



*Journal of Computational Astronomy and Astronomical Computing*

An online publication of Federación de Asociaciones Astronómicas de España, Grupo de Cálculo Astronómico

**Editorial Board:** Enrique Velasco, Sergio Díaz, Joaquín Álvaro, César González, José Luis Navarro, Enrique Sánchez, Roberto Ruiz, Ramón Naves y Montse Campàs.

**Advisory Board:** Luis Mederos and Matilde Fernández.

<https://federacionastronomica.es/index.php/recursos-astronomicos/journal-of-ca-ac>

## EDITORIAL

Bienvenidos a JCAAC, una nueva publicación online sobre software para astronomía, destinada especialmente al astrónomo amateur, pero también al astrónomo profesional. Su principal objetivo es proporcionar a la comunidad amateur un foro de discusión y promoción del uso de software orientado a actividades astronómicas, ya sean de observación, reducción y procesado de datos, cálculo de efemérides y fenómenos astronómicos o simulación de modelos físicos para la descripción de fenómenos astronómicos y astrofísicos.

La revista nace en el contexto de las actividades del Grupo de Cálculo Astronómico (GCA) de la Federación de Asociaciones Astronómicas de España (FAAE), que a su vez nació en torno a un Curso de Cálculo Astronómico online ofrecido a los miembros de las entidades asociadas a la FAAE. Este curso fue organizado conjuntamente con la Sociedad Española de Astronomía (SEA) a través del Grupo ProAm de SEA/FAAE. Los recursos y apoyo de la FAAE y la SEA fueron cruciales para el desarrollo del curso y el posterior aglutinamiento de participantes en el GCA. Las actividades de los miembros de éste último en torno a proyectos de cálculo astronómico, desde cálculos orbitales a aplicaciones orientadas a la creación de material útil para el amateur, tales como planisferios celestes, o datos para la organización de sesiones de observación, generaron la necesidad de crear una publicación en la que plasmar estas actividades y formar a un colectivo más global que deseara iniciarse y profundizar en el uso del ordenador orientado a la astronomía.

La extensión de los objetivos de la publicación se hizo enseguida patente, toda vez que existe una carencia palmaria en la comunidad en cuanto a información específica sobre software cálculo astronómico. Esta nueva publicación online pretende aportar un espacio de discusión y difusión de todas las disciplinas relacionadas con el ordenador y la astronomía, desde aplicaciones y desarrollo de nuevos métodos y algoritmos, hasta divulgación sobre desarrollos computacionales aplicados a la astronomía y la astrofísica en el campo profesional. En particular, puede ser útil para los astrónomos observacionales que deseen obtener el máximo partido a sus medidas utilizando el software disponible en la actualidad; para ello, dedicaremos secciones especiales a tutoriales y material avanzado.

El primer número de JCAAC incluye una lista de artículos elaborados sobre todo por los miembros del equipo editorial. Esperamos que el formato y objetivos de la revista atraiga el interés de la comunidad y podamos hacer crecer la revista con las aportaciones de todos aquellos astrónomos amateur y profesionales interesados en estos temas.

Welcome to JCAAC, a new online publication devoted to software for astronomy, aimed especially at amateur astronomers but also for professional astronomers. Its main objective is to provide the amateur community with a forum for discussion and promotion of the use of software focused on astronomical activities, whether observation, data reduction and processing, calculation of ephemerides and astronomical phenomena, or simulation of physical models for the description of astronomical and astrophysical phenomena.

The publication was created in the context of the activities of the *Grupo de Cálculo Astronómico* (GCA) of the Federación de Asociaciones Astronómicas de España (FAAE), which itself emerged from an online Course on Astronomical Computing offered to members of the entities associated with the FAAE. This course was jointly organized with the Spanish Astronomical Society (SEA) through the SEA/FAAE ProAm Group. The resources and support from the FAAE and SEA were crucial for the development of the course and the subsequent gathering of participants in the GCA. The activities of its members, related to astronomical calculation projects -ranging from orbital calculations to applications focused on creating useful materials for amateurs, such as celestial planispheres or data for organizing observation sessions- generated the need to create a publication to document these activities

and to train a broader group of people interested in the applications of computers to astronomy.

The expansion of the publication's objectives quickly became evident, as there is a clear lack of specific information on astronomical software within the community. This new online publication aims to provide a space for discussion and dissemination of all disciplines related to computers and astronomy, from applications and the development of new methods and algorithms, to outreach on computational developments applied to astronomy and astrophysics in the professional field. In particular, it can be useful for observational astronomers who want to get the most out of their measurements using the software currently available. To this end, we will dedicate special sections to tutorials and advanced materials.

The first issue of JCAAC includes a list of articles mainly prepared by the members of the editorial team. We hope that the format and objectives of the journal will attract the interest of the community, and that the publication can grow with contributions from all amateur and professional astronomers interested in these topics.

E. Velasco, October 2024

## CONTENTS

### Editorial

### Methods & Algorithms

*Computational celestial navigation*, Luis Mederos 5

*Orbits of binary stars from lunar occultations*, Enrique Velasco 15

### Applications

*El catálogo de Hiparco*, César González Crespán 25

### Software

*Scripting en Stellarium*, Sergio Díaz 49

### Section: Astronomical Computing, Tomás Alonso

Cálculo del día juliano 57

### Section: Software for Photometry & Astrometry, Ramón Naves

Astrometrica 64

All contents of this publication are licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License  
Published codes can be used and distributed under a Gnu gpl license



With the sponsorship of Sociedad Española de Astronomía (SEA), Grupo ProAm



## METHODS &amp; ALGORITHMS

# Computational celestial navigation at sea

Luis Mederos<sup>1</sup><sup>1</sup>Consejo Superior de Investigaciones Científicas, Madrid, Spain. E-mail: [lmederos@icmm.csic.es](mailto:lmederos@icmm.csic.es).**Keywords:** celestial navigation, problem of longitude

© This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License

**Abstract**

Finding the geographic longitude of a ship when sailing in high seas, frequently referred to as *the longitude problem*, is one of the longest scientific problems in history that it took almost three centuries to be solved. The final solution to that problem, based on measuring the altitude of stars above the horizon, is briefly summarized in sections I and II. Section III is then devoted to explain how the traditional solution can be today implemented using simple calculations instead of the usual tedious graphical method.

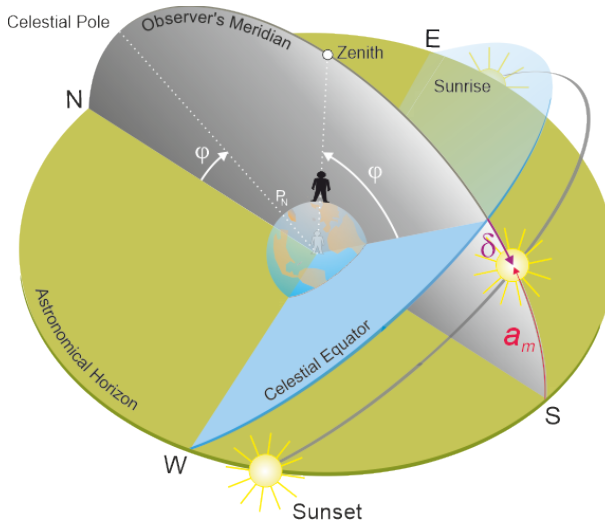
**Resumen**

El cálculo de la longitud geográfica de un barco que navega en alta mar, denominado frecuentemente como *el problema de la longitud*, es uno de los problemas científicos más antiguos de la historia, que tardó casi tres siglos en resolverse. Además de resumir la solución final al problema, basada en la medida de la altura de las estrellas sobre el horizonte, presentamos en este artículo una versión de la solución tradicional basada en procedimientos simples, que sustituyen a los tediosos métodos gráficos usuales.

**1. Introducción**

Safe navigation requires sailors to know their position, i.e. latitude and longitude, quite often during the voyage. This was the case before the second half of the XV century, because the only navigation technique available was *coastal navigation*: sailors determined their position by simply taking references to known points on land. However, in the second half of the XV century, Portuguese sailors started ocean navigation around the south tip of Africa and the Indian ocean towards the spice islands and, soon after that, Castilian sailors tried to reach the same area sailing to the west across the Atlantic ocean, discovering America as a consequence. These ocean navigations spanned weeks, or even months, at sea without land references to determine the ship position, so that sailors had to turn their eyes to the sky in order to use stars as a reference to determine their position, giving rise to what we now know as *celestial navigation*.

Since Earth rotates from west to east, the position of a star in the sky, as seen by an observer at the Earth's surface, changes from east to west quite fast (approximately  $15^\circ$  every hour), but its position along the south-north direction is approximately constant. This implies that determining latitude by observing the stars is relatively easy compared to the problem of determining longitude. This is the reason why at the beginning of ocean navigation sailors already knew how to determine their latitude: They measured the altitude of the Sun above the horizon at its maximum, i. e. when the Sun is at the local meridian,  $a_m$ , and from the knowledge of the Sun's declination,  $\delta$ , the latitude of the observer,  $\varphi$ , is immediately obtained, Fig. 1. Tables with the values of the Sun's declination were already available since the XIII



**Figure 1.** Latitude from the meridian altitude of the Sun.

century, when their construction was ordered by King Alfonso XIII. Later on, around 1478, a more complete publication, the *Almanaque Perpetuo*, was published by Abraham Zacuto in Salamanca. This publication contained declination values not only for the Sun, but also for the Moon and the planets Venus, Mars, Jupiter and Saturn.

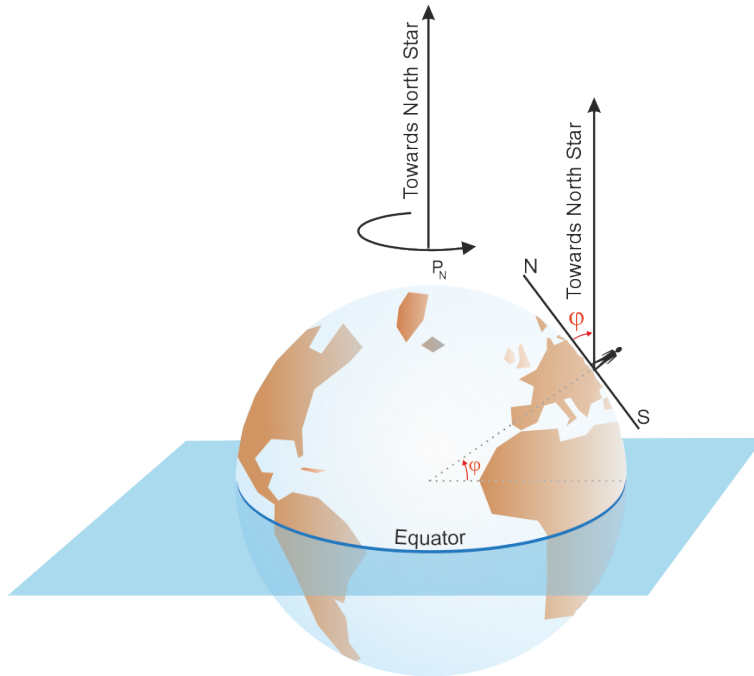
A second alternative to determine latitude was also available at the beginning of ocean navigation, at least when sailing in the northern hemisphere. It was well known that the altitude of the celestial pole over the horizon is equal to the observer's latitude. Therefore, sailors could measure the altitude of the Polar star in the northern hemisphere, thus obtaining their latitude, Fig. 2.

The precision in the latitude was not high in those times: The instrument used by sailors to measure the altitude of the star above the horizon was the cross-staff, the much more precise sextant not being available until the XVIII century. Corrections to be applied to the measured altitude (refraction of light due to the Earth's atmosphere, horizon depression, parallax, etc.) were not known until that century. Moreover, the angular distance from the Polaris to the celestial pole  $\sim 0.5^\circ$  at present, but back in 1500 it was  $3.5^\circ$  due to precession of the Earth's rotation axis. Despite this problem, sailors managed to determine their latitude to within approximately  $1^\circ$ , i. e. 60 nautical miles in the South-North direction, which was taken to be exact in those days [1].

And what about longitude? As already mentioned, determining the longitude from star observations is a much more difficult problem. This is because Earth's rotation causes the solution to the problem to rely on the precise measurement of time. Since the observer's longitude is the dihedral angle between the reference and observer's meridian planes, and a star moves approximately  $15^\circ$  to the west every hour (as seen by an observer on the surface of the Earth), the longitude could be determined by simply applying the idea already proposed as early as 1530 by Gemma Frisius: register the instant  $T_1$  at which the star is on the reference meridian and, later, register the instant  $T_2$  at which the star is on the observer's meridian. The longitude  $\lambda$  is nothing but the angle travelled to the west by the star during the time  $T_2 - T_1$ . This simple idea, however, gives rise to two problems that, in fact, underlay the impossibility to determine longitude in oceanic navigations until the middle of the XVIII century, a historical issue known as the *longitude problem* [2].

The first problem is that sailors in the middle of the sea could not observe the transit of the star at the





**Figure 2.** *Latitude from the altitude of Polaris.*

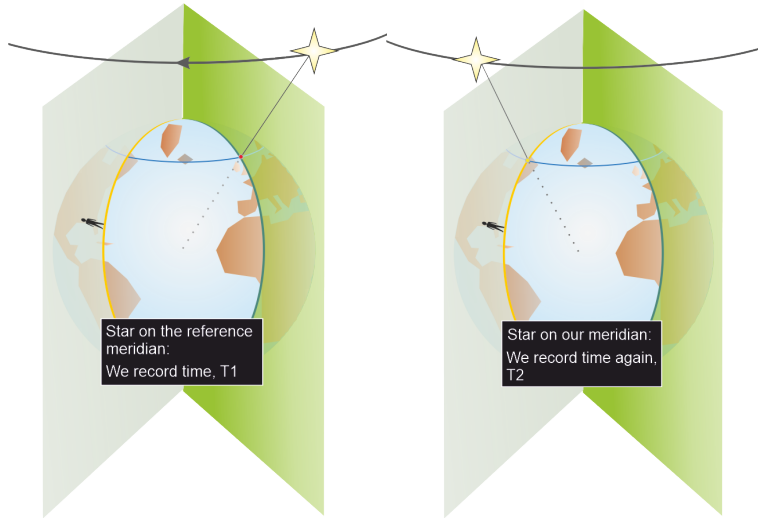
reference meridian, i.e.  $T_1$  could not be measured. However, this problem had an easy solution since astronomers could predict the instants of those transits and published them in *nautical almanacs* carried on board. Obviously, the publications had to use the time scale of the reference meridian, i.e. Universal Time (UT), such that the same almanac was valid anywhere.

The second problem is that when the sailor observes the transit of the star across the local meridian, the registered instant of time  $T_2$  has to be measured using the same time scale used by the almanac; only then will  $T_2 - T_1$  be the time taken by the star to move for an angle  $\lambda$ . Sailors need to know the universal time at sea or, in other words, they have to *carry* UT on board. And since stars move to the west quite fast, roughly  $15^\circ$  every hour or  $0.25'$  every second, safe navigation require sailors to know UT within 1 second, Fig. 3. This was not possible until the second half of the XVIII century, thanks to the invention of the marine chronometer by John Harrison, about three centuries after the beginning of ocean navigation [3].

## 2. Celestial navigation

By the end of the XVIII century all the ingredients necessary to determine the boat position from star observations were already established:

- Astronomers could predict the precise positions of stars. *Celestial coordinates* of the stars were published in nautical almanacs, carried on board, as a function of the universal time UT. Use of these celestial coordinates allows to calculate the latitude and longitude of the star projections on the Earth surface, known as *geographic positions*, GP).
- Chronometers had been invented, providing the precise UT values of the star observations. Using the almanac, accurate values for latitude and longitude of the star projection on the Earth surface could be calculated.



**Figure 3.** *Determining longitude from star observations necessarily requires the precise measurement of time.*

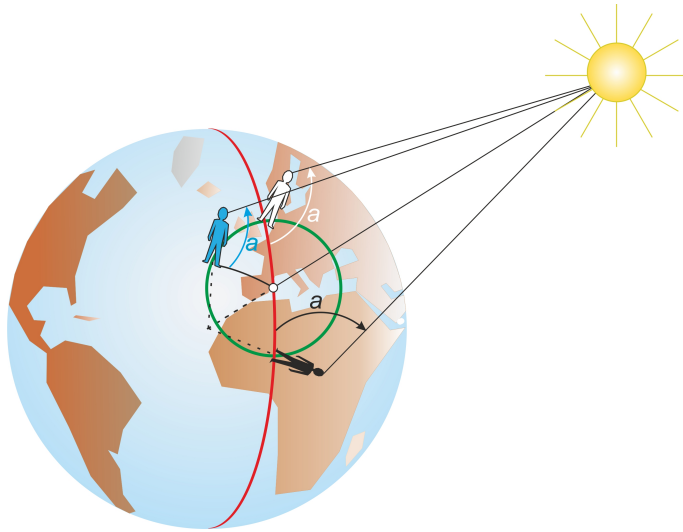
- Reflection instruments, such as the sextant, had already been developed, allowing the precise measurement of star altitudes over the horizon. Moreover, the corrections to be applied to the measured star altitude (refraction, parallax, etc.) to obtain the *true altitude*,  $a_v$  (i. e. the star altitude as seen from the centre of the Earth measured with respect to the *astronomical horizon* and without effects due to refraction, etc.) were known.

With all of these, we can easily determine our position at sea by observing the stars: We first measure the star altitude over the horizon using our sextant, taking care to write down also the precise UT time. We then apply all the needed corrections to obtain the true altitude  $a_v$ . Next, we use the registered UT to obtain, from the nautical almanac, the GP of the measured star. This point is the centre of a circle, drawn on the Earth surface. Our position will necessarily be located on this circle at the time of observation. Different observers located on that circle measure the same altitude in the same instant, Fig. 4; they simply need to look at different directions in order to see the star, i. e. they see the star with the same altitude but different azimuth. For this reason, this circle is frequently named *circle of equal altitude*.

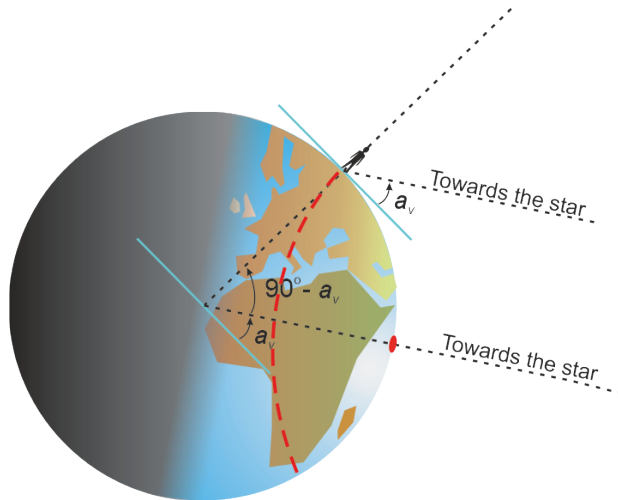
Moreover, we also know the radius of the circle, which only depends on the altitude of the star over the horizon: the higher we observe the star, the nearer we are from the centre of the circle. The radius is simply  $90^\circ - a_v$ , as it is obvious from Fig. 5.

In summary, by measuring a star altitude we can obtain a *line of position* over which we were necessarily located when we observed the star. By observing two stars, our actual position will be in one of the two points defined by the intersection of the two lines, Fig. 6. To discriminate between these two possibilities, we only need to take into account the approximate stars azimuths at the moment of their observation.

Obviously, computing the geographic coordinates of these intersection points was not possible until the second half of the XVIII century, when all the ingredients to obtain our position from stars observations were already available. The practical implementation of celestial navigation was based, and is based even today, on the fact that a sailor at sea always has a reasonably approximate position based on the situation of departure port, navigation course and speed. If this position is frequently updated, the sailor will always have an *estimated position*,  $S_e$ , which is close enough to the circle of equal altitude

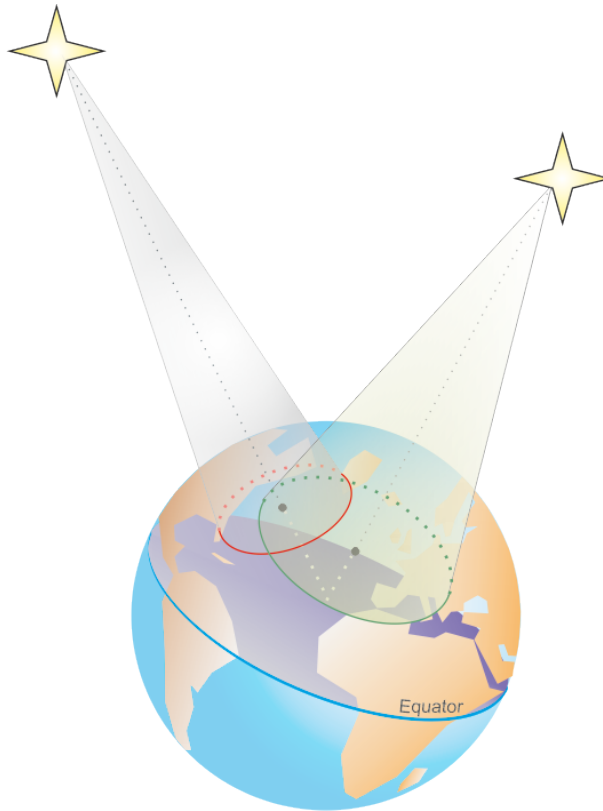


**Figure 4.** The altitude of a star at a given time is the same when measured from any point of a circle centred on the star's geographic position.



**Figure 5.** The radius of the circle of equal altitude is simply  $90^\circ - a_v$ .

corresponding to an observed star and to the actual position at sea. Since the radius of the circle is enormous compared to the distance from our estimated position to the real position on the circle, it is reasonable to approximate the arc of circle at our position by a straight line that we can draw on a Mercator chart. The problem of finding the intersection points coordinates was solved in practice graphically, by plotting the two arcs of equal altitudes near the estimated position, approximated by straight lines, on the chart and then looking for the coordinates of their intersection point [4].



**Figure 6.** *By observing two stars, we can obtain our position on the Earth's surface.*

### 3. Computational Celestial Navigation

The traditional graphical solution to the problem of finding the coordinates of the intersection points of the two lines of position obtained from stars observations, summarized at the end of the previous section, depends on having a reasonably accurate estimated position. It also involves a tedious graphical work on the nautical chart. Today we can use a computer to avoid these two requirements.

#### 3.1. Simultaneous observation of two stars

Let us start by discussing the simplest case where two stars are observed simultaneously. Of course, in this context 'simultaneously' means that there is a short time interval (a few minutes) between the two observations. Given the speed of our boat we can assume that our position has not changed during the observations. Then, at the end of our observations we will have two sets of values, one for each observed star,

$$(UT_i, a_i, Z_i, \alpha_i, \delta_i), \quad i = 1, 2, \quad (3.1)$$

where  $UT$  is the universal time instant when the star was observed,  $a$  is the true altitude of the star, i. e., the observed altitude corrected by depression of horizon, refraction, etc.,  $Z$  is the observed approximate star azimuth, that will be only used to decide which of the two intersection points corresponds to our position, and  $\alpha$  and  $\delta$  are the right ascension and the declination of the star at the precise  $UT$  of measurement, as obtained from the nautical almanac on board.

We then consider a reference system with origin at the centre of the Earth, with the  $X$  axis pointing towards the Greenwich meridian, the  $Z$  axis pointing to the North Celestial Pole, and the  $Y$  axis following from the other to form a right-handed system. Let the two sidereal times corresponding to the observed UT<sub>1</sub> and UT<sub>2</sub> be  $\theta_1$  and  $\theta_2$ . Then the unit position vectors  $\hat{r}_1$  and  $\hat{r}_2$  of the observed stars are given by

$$\begin{aligned}\hat{r}_1 &= (x_1, y_1, z_1) = (\cos \delta_1 \cos(\alpha_1 - \theta_1), \cos \delta_1 \sin(\alpha_1 - \theta_1), \sin \delta_1) \\ \hat{r}_2 &= (x_2, y_2, z_2) = (\cos \delta_2 \cos(\alpha_2 - \theta_2), \cos \delta_2 \sin(\alpha_2 - \theta_2), \sin \delta_2)\end{aligned}\quad (3.2)$$

Since the distance to the centre of the sphere is irrelevant (fortunately, ships are approximately at the same distance from the center of the Earth!) we solve the problem on a sphere of unit radius. Note that  $\hat{r}_1$  and  $\hat{r}_2$  point to the centres of the two circles of equal altitudes corresponding to the observed stars. The intersection points of these circles can be easily obtained by calculating the intersection (a straight line) of the two planes perpendicular to the directions  $\hat{r}_1$  y  $\hat{r}_2$ , and then projecting the line on the unit sphere. Since we know the true altitudes of the stars,  $a_1$  y  $a_2$ , the equations to solve are

$$\hat{r} \cdot \hat{r}_1 = \sin a_1, \quad \hat{r} \cdot \hat{r}_2 = \sin a_2, \quad |\hat{r}|^2 = 1, \quad (3.3)$$

which will have two solutions,  $\hat{r}_+$  y  $\hat{r}_-$ . Expressed in spherical coordinates, they will give the latitudes and longitudes of the two intersection points of the circles of equal altitude, i. e. our two possible positions. Since the distance between these two positions is enormous, we only need to take into account the approximate azimuths we have measured to decide on which of the two we were situated when the stars were observed.

The easiest way to solve equations (3.3) is to work in the  $XY$  plane to obtain the two planes intersection in parametric form, using  $z$  as parameter. Then the condition  $|\hat{r}|^2 = 1$  is imposed to obtain the two possible values  $z_+$  and  $z_-$ , from which the other two coordinates  $x_+$ ,  $x_-$  and  $y_+$ ,  $y_-$  immediately follow. The two possible positions,  $\hat{r}_+$  y  $\hat{r}_-$  are then determined. The two first Eqns. (3.3) can be expressed as

$$\begin{pmatrix} x_1 & y_1 \\ x_2 & y_2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ y \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \sin a_1 - z z_1 \\ \sin a_2 - z z_2 \end{pmatrix} \quad (3.4)$$

Using  $z$  as parameter, the solution of this system of equations is

$$x = \frac{b_x + c_x z}{c_z}, \quad y = \frac{b_y + c_y z}{c_z}, \quad (3.5)$$

where we have introduced the following vectors:

$$\mathbf{c} \equiv \hat{r}_1 \times \hat{r}_2, \quad \mathbf{b} \equiv \mathbf{r}_2^\perp \sin a_1 - \mathbf{r}_1^\perp \sin a_2, \quad \mathbf{r}_i^\perp \equiv (y_i - x_i, 0), \quad i = 1, 2. \quad (3.6)$$

If we now substitute  $x$  and  $y$  given by (3.5) into the condition  $|\hat{r}|^2 = 1$ , we obtain a second-degree equation for  $z$ . The two solutions of this equation are the  $z$  coordinates of the two intersections of the circles of equal altitude:

$$z^2 + 2Bz + C = 0, \quad (3.7)$$

where

$$B = \frac{\vec{b} \cdot \vec{c}}{c^2} = \frac{b}{c} \cos \gamma, \quad C = \left(\frac{b}{c}\right)^2 - \left(\frac{c_z}{c}\right)^2. \quad (3.8)$$

The solutions to Eqn. (3.7) are:

$$x_{\pm} = \frac{b_x + c_x z_{\pm}}{c_z}, \quad y_{\pm} = \frac{b_y + c_y z_{\pm}}{c_z}, \quad z_{\pm} = \frac{b}{c} \left( -\cos \gamma \pm \sqrt{\left(\frac{c_z}{b}\right)^2 - \sin^2 \gamma} \right). \quad (3.9)$$

Now we only need to express these two vectors in spherical coordinates to obtain the latitude and the longitude of the two intersection points, i. e. our two possible positions when we observed the stars.

### 3.2. Nonsimultaneous observation of two stars

In the case when there is a non-negligible time interval between the observations of the two stars (or between two observations of the same star) we cannot neglect the change of position from the instant of the first observation to the instant of the second observation. Let us assume that, in the interval between the two nonsimultaneous observations, our boat has sailed a distance  $D$  along the course  $R_v$ . Here we discuss a method to take this distance into account.

Let us suppose that, at the instant of our first observation, our position is the point on the circle of altitude represented by the ship in Fig. 7. As discussed before, since the radius of the circle is very large, the corresponding arc in the neighbourhood of our position can be approximated by a straight line. To use this line of position later, in combination with the one obtained from the second observation, we draw a parallel line displaced a distance  $D$ . Applying this argument to every point on the first circle of altitude, we arrive at the conclusion that ship displacement in the interval between the two observations can be accounted for by keeping the centre of the circle at the same point, but with a modified radius.

Let  $a_1$  be the true altitude corresponding to the first observation, the radius of the corresponding circle of altitude being  $90^\circ - a_1$ . The radius to be used will be  $90^\circ - a_1 \pm x$ , with + if our boat is sailing away from the centre of the circle and – if the boat is sailing towards the centre, as can be seen in Fig. 7. Also, from the figure, it is easy to see that  $x$  is nothing but the displacement between the two observation along the direction defined by the azimuth,  $Z$ , of the star at the instant of the first observation. Since the distance  $D$  navigated between the two observations is considerably smaller than the radius of the circle, we can assume that the arc in Fig. 7 is flat in the neighbourhood of our ship and, consequently,

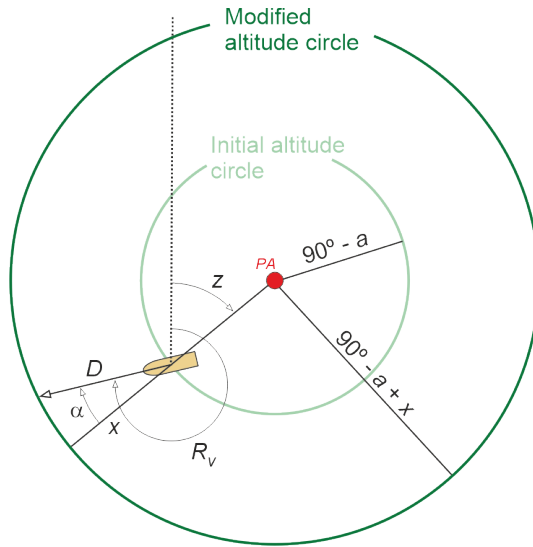
$$x = D \cos \alpha. \quad (3.10)$$

The angle  $\alpha$  is obtained from the course of the ship,  $R_v$ , and the azimuth  $Z$  of the star during the first observation, which should in principle be measured as this is also useful to discriminate between the two intersection points [5]. The problem is that measuring accurate azimuths from a sailing ship is not possible. Practical attempts to do it indicate that there is always an error of about  $1 - 2^\circ$ . However, this error is not critical, as we are using the azimuth only to calculate the distance  $x$  sailed between the two observations, and this will always be very small compared to the radius of the circle of altitude. Therefore, using an approximate azimuth will not compromise our safety. Despite this, the next section discusses how to avoid the measurement of the star azimuth.

### 3.3. Avoiding measuring the azimuth

As mentioned at the end of the previous section, the star azimuth can only be measured approximately from a sailing boat. But in fact a virtually exact azimuth can be calculated, as will become clear shortly.

If we know our position, i. e. our latitude and longitude, we can easily calculate the exact azimuth of a star at a given instant of time (and also its altitude). Since the equatorial coordinates of the star are known from the nautical almanac, the corresponding horizontal coordinates, altitude and azimuth, can also be calculated [6]. However, our exact position is unknown. There are two ways to solve this problem.



**Figure 7.** *Nonsimultaneous observations. To take into account the navigation between the two observations, we have to modify the radius of the circle of altitude.*

The first one is to use our estimated position,  $S_e$ . As mentioned in Section 2, sailing requires keeping track of the course and speed over ground, so that the position is frequently estimated and written down. This is, of course, an approximate position, because there will always exist some errors in course and speed. However, if things are done carefully, the estimated position will be sufficiently close, say with an error of a few nautical miles, to our (unknown) real position. Using the estimated position to calculate the star azimuth will produce a virtually exact result, because the centre of the circle of altitude is so far away (a few thousand nautical miles) that the direction towards we have to look at will be the same from two different points separated by only a few miles.

The second idea applies in the case where an estimated position is not available, i. e. when we have no idea about where we are. Since two nonsimultaneous observations are available, the intersection between the two circles of altitude can be calculated assuming that our boat has been at rest in the interval between the two observations. This will be an estimated position, instead of our real situation, since we have neglected the ship displacement. The estimated position will have an error of the order of the distance navigated in the interval between the two observations. So, we are back to the situation described in the previous paragraph and, therefore, we can now calculate the azimuth corresponding to the first observation. Moreover, if the boat speed is high and/or the time interval between observations is long, it is possible that the estimated position calculated neglecting the boat displacement between observations will be affected by an error which is too big to be neglected. In that case we only need to iterate the process.

### Acknowledgments

I am very grateful to Dr. T. López Moratalla and Dr. E. Velasco for their stimulating comments over the years on the topic of this paper.

## References

- [1] Pedro de Medina, *Regimiento de navegación. Contiene las cosas que los pilotos han de saber para bien navegar, y los remedios y avisos quehan de tener para los peligros que navegando les pueden suceder*, 1563. In particular, concerning the determination of latitude, see *Libro Tercero*, titled *Del altura del Norte*. This book is available in digital form: <https://tinyurl.com/7y2wpuke>.
- [2] William J. H. Andrewes (Ed.), *The quest for longitude*, Harvard University (1996).
- [3] Dava Sobel, *Longitude: The true history of a lone genius who solved the greatest scientific problem of his time*, Harper Perennial (2005).
- [4] See, for example, Luis Mederos, *Navegación Astronómica, 8ª Edición*, Tutor (2023), David Burch, *Celestial Navigation: A complete home study course*, Starpath (2015).
- [5] Note that the two intersection points are usually separated by a very large distance, thousands of nautical miles, so the star azimuth will be significantly different when measured in the same instant from one of those points or from the other.
- [6] See, for example, Luis Mederos, *Navegación Astronómica, 8ª Edición*. Editorial Tutor. Madrid (2023), Chapter 6.



## METHODS &amp; ALGORITHMS

# Orbits of binary stars from lunar occultations

Enrique Velasco<sup>1</sup><sup>1</sup>Agrupación Astronómica de Madrid and Universidad Autónoma de Madrid, Spain. E-mail: [enrique.velasco@uam.es](mailto:enrique.velasco@uam.es).**Keywords:** lunar occultations, double stars

© This article is licensed under a Creative Commons Attribution 4.0 License

**Abstract**

A method is presented to incorporate single observations of lunar occultations of binary stars into the calculation of their orbits. The standard method of orbit estimation, based on optimisation of a merit function, is designed to use two-dimensional astrometric measurements obtained observationally. In the present method the merit function is augmented to include an extra term, containing the one-dimensional solution extracted from the lunar occultation. Comparison between the two methods is provided, and it is shown that, in some circumstances, the partial information contained in one-dimensional solutions is enough to estimate orbits very close to those derived from fully two-dimensional sets of measurements. The method is discussed with an example based on a real binary star.

**Resumen**

Presentamos un método para utilizar las observaciones de ocultaciones lunares de estrellas dobles por parte de una única estación en el cálculo de las órbitas de estas estrellas. El método clásico de estimación de órbitas se basa en la optimización de una función de mérito, y se utiliza sobre conjuntos de medidas astrométricas bidimensionales obtenidas mediante observaciones. El método que se presenta extiende la función de mérito para incluir un término extra, que contiene la solución unidimensional obtenida a partir de la ocultación lunar. Se muestra una comparación entre los dos métodos, y se discute el resultado de que, en algunas circunstancias, la información parcial contenida en una solución unidimensional puede ser equivalente a la de una medida bidimensional para estimar la órbita. Se discute el método con un ejemplo de estrella binaria real.

**1. Introduction**

Lunar occultations have been extensively used since the '70s of the last century to detect duplicity in hitherto unknown binary stars [1, 2, 3] (as an example of recent work in binary stars and stellar diameters, see Ref. [4]). This technique is highly accurate and usually ranked at the same level as interferometric techniques. Under favourable circumstances projected distances between the components can reach accuracies of a few milliarcseconds (mas), competing with speckle interferometry using metre-sized telescopes. This level of accuracy can now be achieved even by dedicated amateur astronomers, which potentially increases the coverage of the large number of stars occulted by the Moon.

A crucial feature of a lunar occultation observation is that it only provides a one-dimensional astrometric observation for the binary star, instead of the full two-dimensional position required in orbit optimization techniques. Indeed, the time interval between the contacts of the two components only sets a constraint on the two angular coordinates  $\mathbf{r} = (x, y)$ , or  $(\rho, \text{PA})$ , of one component relative to the other ( $\rho = |\mathbf{r}| = r$ ); see Fig. 1(a). In other words, only a lower bound for the separation between components can be derived, instead of the true separation  $\rho$  and position angle PA [5]. It is only when two or more observations of the same occultation from sufficiently separated observatories (probing different regions of the lunar

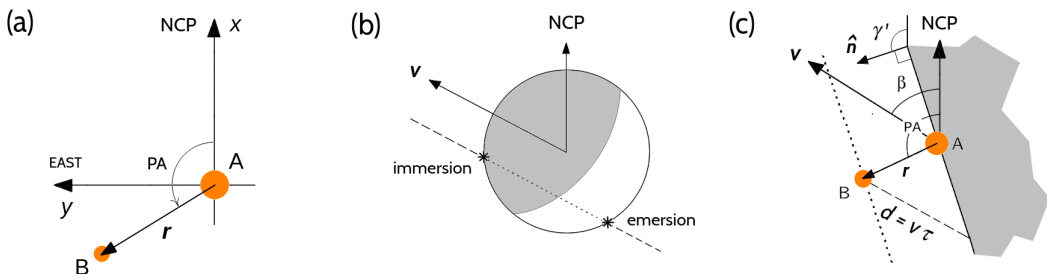
limb) are combined that a full astrometric solution may be derived. This situation can be achieved by groups of dedicated amateur observers working in coordination [6, 7], but represents a limitation for the widespread implementation of the lunar-occultation technique.

The condition of simultaneous observations of the same occultation can be relaxed, and results of two or more occultations of the same star in different lunations combined, to provide a complete astrometric solution. The epoch associated to this solution is assigned to the average epoch of observation. This procedure may be acceptable for long-period binary stars, provided the epochs of observation are not too distant and their time interval is much smaller than the period. An obvious problem arises in the case of binary stars of unknown period, or newly discovered binary stars. In this sense, unpaired one-dimensional solutions are in principle useless, and cannot be used in orbit optimization procedures.

In this paper we review a method of orbit estimation which uses both astrometric ( $x, y$ ) positions (two-dimensional, or 2D astrometric solutions), typically obtained from standard astrometric techniques or paired lunar occultations, and one-dimensional (1D) solutions from unpaired lunar occultations. The method has been described before [8, 9, 10], but its use is not widespread. Here we present it in detail. The method allows to refine and correct previously estimated orbits and, for some stars, estimate new orbits for the first time. The large database of lunar occultations due to Herald and Gault [11] can be used to explore forgotten one-dimensional solutions, or to disentangle unduly combined solutions, which allows to refine a relatively large number of orbits of the *Sixth catalog of orbits of visual binary stars* (6Orb) [12].

The present article is a short introduction which intends to show the potential of the method. A more formal presentation and applications to actual data is left for future publications. The style of the article is pedagogic and an effort has been made to present the material in a self-contained way.

The article is arranged as follows. In Section 2 we define the geometry of a 1D linear solution, explaining how it is calculated and the uncertainties associated to the position of the solution. Section 3 is devoted to the standard method of orbit determination of binary stars, which is based on a least-squares method containing a set of 2D measurements. An extension of the merit function that includes 1D solutions from lunar occultations is presented in Section 4, and some general properties of this function are analysed. Section 5 presents the case of a particular double star where the addition of a 1D solution is seen to be relevant. Some conclusions are given in Section 6.



**Figure 1.** (a) Definition of the celestial coordinate system  $xy$  for double-star work. It is centred at the primary component A, with axis  $x$  along the local celestial meridian towards the North Celestial Pole (NCP), and  $y$  axis along the local celestial parallel towards the East. The  $\rho$  (separation) and PA (position angle) coordinates are defined. The relation with the rectangular coordinates of the relative position vector  $\mathbf{r} = (x, y)$  is given through the usual expressions  $x = \rho \cos PA$ ,  $y = \rho \sin PA$ . (b) Geometry of a lunar occultation. The star traces a chord across the lunar disc, defining two occultation events: immersion and emersion.  $\mathbf{v}$  is the topocentric apparent velocity of the Moon projected on the plane of the sky. (c) Local geometry of the immersion of a double star, with the A component having the first contact.

## 2. One-dimensional solutions

Figs. 1(b) and (c) show the geometry of a lunar occultation. An immersion event is considered for the sake of concreteness. Panel (c) shows the specific geometry for a binary star, with components A (primary) and B (secondary). We assume A is occulted first but this assumption can be generalised easily (see later). The projected lunar limb is supposed to be a straight line (straight-limb approximation). The calculation of the straight line and the limitations of this approximation are discussed later. Note that the limb normal is at an angle  $\gamma'$  with respect to the NCP, but that the apparent velocity of the Moon (given by the angle  $\beta$ ) is along a direction different (in general) from that of the limb normal. Therefore, by measuring the time interval  $\tau$  between the two events, we only have information on the component of the separation between components along the limb normal. With the help of Fig. 1(c), it is easy to derive the following equation:

$$\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}} = v\tau\hat{\boldsymbol{\beta}} \cdot \hat{\mathbf{n}}, \quad (\mathbf{r} - v\tau\hat{\boldsymbol{\beta}}) \cdot \hat{\mathbf{n}} = 0, \quad (2.1)$$

where  $\hat{\mathbf{n}} = (\cos \gamma', \sin \gamma')$  is the limb normal at the contact point of A,  $v$  the topocentric apparent velocity of the Moon, and  $\hat{\boldsymbol{\beta}} = (\cos \beta, \sin \beta)$ . Note that  $\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}}$  is the projection of the star vector separation  $\mathbf{r}$  along the local limb normal  $\hat{\mathbf{n}}$ . This is made to be equal to the projection of the displacement of the Moon on the same direction within the time interval  $\tau$ , i.e.  $v\tau\hat{\boldsymbol{\beta}} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ . Also, Eqn. (2.1) shows that the vector  $\mathbf{r} - v\tau\hat{\boldsymbol{\beta}}$  points along the limb, and is therefore orthogonal to  $\hat{\mathbf{n}}$ .

One crucial point is how  $\gamma'$ , or  $\hat{\mathbf{n}}$  for that matter, is calculated. Due to the roughness of the lunar limb and the uncertainty in the current positions of the two stars, it is not possible to calculate the value of  $\gamma'$  rigorously. Therefore some approximations, discussed in the next paragraph, have to be made. Note that Eqn. (2.1) represents a straight line projected on the sky, since  $v$  and  $\beta$  can be extracted from the lunar ephemerides, and  $\gamma'$  can be approximated [13]. It gives a linear relation between the two components of the relative position vector  $\mathbf{r}$ , but not the values of the coordinates separately. Eqn. (2.1) will be called *1D solution*, as opposed to the determination of the full vector  $\mathbf{r}$  (2D solution) achieved by application of the standard astrometric methods. Combination of two different observations,

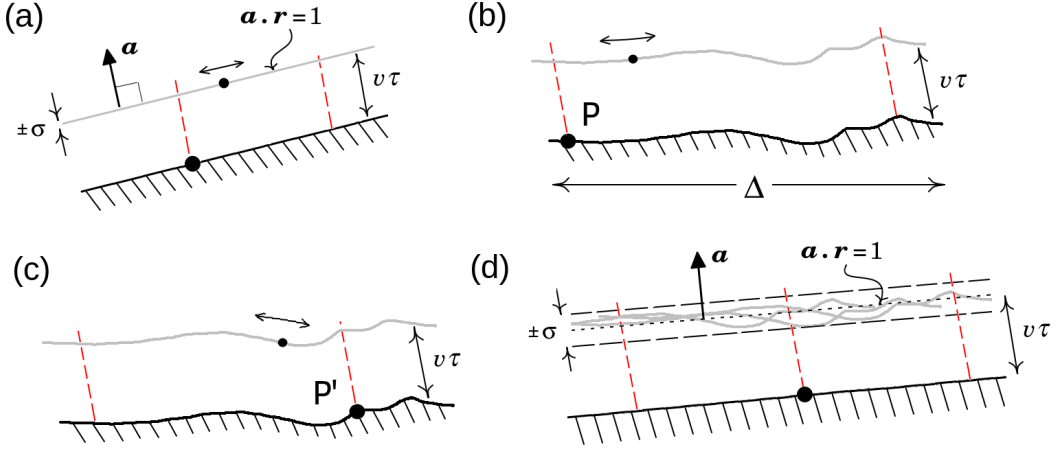
$$\mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}}_1 = v_1\tau_1\hat{\boldsymbol{\beta}}_1 \cdot \hat{\mathbf{n}}_1, \quad \mathbf{r} \cdot \hat{\mathbf{n}}_2 = v_2\tau_2\hat{\boldsymbol{\beta}}_2 \cdot \hat{\mathbf{n}}_2, \quad (2.2)$$

corresponding to two observations of the same occultation from two stations, leads to a unique solution for  $\mathbf{r}$ . When  $M > 2$  observations are available, a least-square method can be applied:

$$S(\mathbf{r}) = \sum_{j=1}^M \left[ \frac{(\mathbf{r} - v_j\tau_j\hat{\boldsymbol{\beta}}_j) \cdot \hat{\mathbf{n}}_j}{\sigma_j} \right]^2 \longrightarrow \min. \text{ w.r.t. } \mathbf{r}. \quad (2.3)$$

Eqn. (2.3) expresses a minimum condition over the sum of squares of the distances along the limb normals, extended over all observations, and leads to a  $2 \times 2$  linear system of equations that can be solved analytically.  $\sigma_j$  is an uncertainty in the location of the straight line along the limb normals. When  $M = 2$  both Eqns. (2.2) and (2.3) can be seen to lead to the same solution. A key step in the above calculation is how to estimate  $\gamma'$  and  $\sigma$ . Fig. 2 describes the process of how an average straight limb can be obtained by assuming the limb profile is rough at the scale of the (expected) separation between the two components  $\rho$ . Since the celestial coordinates of the two stars are not known in advance (otherwise the problem would be irrelevant), we need to have an estimate of the celestial position of A to be able to estimate the contact point on the lunar limb. Note that this problem would not be relevant if the limb were truly straight within some reasonable interval, as in panel (a). However, in the general case the limb will not be strictly linear.

The natural choice for the estimated coordinates is the catalogue coordinates (Gaia or otherwise), advanced to the epoch of observation, assuming a linear proper motion of the star. But this is only an



**Figure 2.** Construction of the one-dimension solution for the lunar limb profile.

approximation, as the internal motions of the binary star will cause the stars to be displaced from their catalogue positions. Using the estimated coordinates for A, and the estimated separation between the components, we can create an estimated landscape for the relevant lunar profile. This is shown in Fig. 2. The construction of an ‘effectively linear’ limb profile is based on the following argument. Assume the estimated coordinates for A lead to the contact point indicated by P in panel (b). The constraint imposed by the observation time interval  $\tau$  implies that the B component will necessarily be at some point on a shifted limb (drawn in gray), which results by displacing the real limb a distance  $v\tau$  in the direction of the apparent lunar motion. The resulting ‘rough’ 1D solution is identical to the actual limb, but shifted. Now, the uncertainty in the position of A forces us to probe other possible contact points, such as P’ in panel (c), finally resulting in a manifold of possible ‘rough’ 1D solutions, panel (d). The position of A should be displaced along the limb within some distance  $\Delta$ , panel (b), which reflects the expected accuracy in the position of A. We can now use the set of shifted limbs to obtain both  $\mathbf{a}$  and the uncertainty  $\sigma$ . In essence this procedure amounts to making a simple linear regression of the real limb within the interval  $\Delta$ .

Let the resulting straight line be  $c_1x + c_2y = d$ . This can be written as

$$\mathbf{a} \cdot \mathbf{r} = 1, \quad \mathbf{a} = (a_x, a_y), \quad a_x = \frac{c_1}{d}, \quad a_y = \frac{c_2}{d}. \quad (2.4)$$

This representation is not numerically the most general, as it does not contain straight lines that pass through the origin. But such solutions are not physically admissible, as they correspond to situations where the two components are occulted at the same time (within observational accuracy). In practice a single vector  $\mathbf{a}$  can represent acceptable solutions of arbitrary observational accuracy. Once  $\mathbf{a}$  and  $\sigma$  are determined, we obtain  $\hat{\mathbf{n}} = \mathbf{a}/a$ , since  $\mathbf{a}$  is a vector normal to the straight line.

In many cases the separation  $\rho$  will be so small compared with the typical length scales over which the lunar limb profile changes that the straight-limb approximation will be highly accurate. In some cases this will not be so, but the uncertainty will be controlled by the value of  $\sigma$ .

### 3. Standard orbit determination

In the standard method of binary-star orbit determination we have a set of 2D measurements,  $\{\mathbf{r}_i\}$ ,  $i = 1, \dots, N$ , at epochs  $\{t_i\}$ , with uncertainties  $\sigma_i$  (assuming both axes to be equivalent), and an orbit has to be determined. Let  $\{P, T, e, a, i, \Omega, \omega\}$  be a set of orbital elements for the star (the Campbell elements), which we wish to determine. We remind the reader about the meaning of the elements [5]:  $P$  is the orbital period;  $T$  is the epoch of periastron;  $e$  is the eccentricity;  $a$  is the semimajor axis;  $i$  is the inclination;  $\Omega$  is the longitude of the ascending node; and  $\omega$  is the argument of periastron.

Given values for the orbital elements, the trajectory is given by a Keplerian function  $\mathbf{r} = \mathbf{r}(P, T, e, a, i, \Omega, \omega; t)$  for epoch  $t$ . A merit function is defined as

$$S(P, T, e, a, i, \Omega, \omega) = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}(P, T, e, a, i, \Omega, \omega; t_i)}{\sigma_i} \right|^2, \quad (3.1)$$

which is minimised with respect to the seven orbital elements. It is convenient to use the Thiele-Innes elements,  $A, F, B$  and  $G$ , instead of the Campbell elements  $a, i, \Omega, \omega$ . The relation between the two sets of elements is given by

$$\begin{aligned} A &= a(\cos \omega \cos \Omega - \sin \omega \sin \Omega \cos i) \\ B &= a(\cos \omega \sin \Omega + \sin \omega \cos \Omega \cos i) \\ F &= -a(\sin \omega \cos \Omega + \cos \omega \sin \Omega \cos i) \\ G &= -a(\sin \omega \sin \Omega - \cos \omega \cos \Omega \cos i). \end{aligned} \quad (3.2)$$

As a shorthand notation, let us define  $\eta \equiv \{P, T, e, A, F, B, G\}$ , and the matrix

$$\Theta = \begin{pmatrix} A & F \\ B & G \end{pmatrix}. \quad (3.3)$$

Then  $\mathbf{r}(\eta; t) = \Theta \cdot \mathbf{r}_o(t)$ , where  $\mathbf{r}_o = (x_o, y_o)$  is the position in the orbital plane. This is calculated as  $x_o = \cos \psi - e$ ,  $y_o = \sqrt{1 - e^2} \sin \psi$ , with  $\psi$  the eccentric anomaly, solution to the Kepler equation  $\psi = m + e \sin \psi$ , and  $m = 2\pi(t - T)/P$  the mean anomaly for the epoch of calculation  $t$ . Eqn. (3.1) can be written as a quadratic form in  $\theta$ ,

$$S(\{P, T, e\}; \theta) = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \theta \cdot \mathbf{M} \cdot \theta - \mathbf{n} \cdot \theta + n_0, \quad (3.4)$$

where  $\theta = (A, F, B, G)$ ,  $\mathbf{M}$  is a  $4 \times 4$  matrix,

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \Lambda & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \Lambda \end{pmatrix}, \quad \Lambda = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{r}_{oi} \mathbf{r}_{oi}}{\sigma_i^2}, \quad (3.5)$$

and

$$\mathbf{n} = (\mu_{11}, \mu_{12}, \mu_{21}, \mu_{22}), \quad \boldsymbol{\mu} = \sum_{i=1}^N \frac{\mathbf{r}_{oi} \mathbf{r}_i}{\sigma_i^2}, \quad n_0 = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \frac{|\mathbf{r}_i|^2}{\sigma_i^2}. \quad (3.6)$$

Note that  $\boldsymbol{\mu}$  is also a matrix, and its definition contains sums of dyadic products.

### 3.1. Minimization and estimation of orbital parameters

Eqn. (3.4) naturally leads to a minimization strategy where  $S$  is first minimised with respect to  $\theta$ , for fixed values of  $\{P, T, e\}$ :

$$\nabla_{\theta} S = \mathbf{0} \quad \rightarrow \quad \mathbf{M} \cdot \theta = \mathbf{n}, \quad \theta = \theta(P, T, e) = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{n}, \quad (3.7)$$

which leads to an effective function,

$$\tilde{S}(P, T, e) \equiv S(P, T, e; \{\mathbf{c}(P, T, e)\}), \quad (3.8)$$

with  $\theta(P, T, e)$  given by Eqn. (3.7). The function  $\tilde{S}(P, T, e)$  can be minimised by various methods. The most popular method is the search-grid method of Hartkopf et al. [14], but Monte Carlo methods are also routinely used. In the search-grid method, the function  $\tilde{S}$  is evaluated on a small grid about a point with initial values  $(P, T, e)$ , and the minimum detected. A new grid is defined about the minimum, and the process Here we use a slightly different approach, which consists of the following. For fixed value of  $e$  in some interval  $[e_1, e_2]$  (where  $e_1 \sim 0$  but finite, and  $e_2 \sim 1$  but  $e_2 < 1$ ), we calculate  $\tilde{S}$  in the plane  $(P, T)$ , using the relation  $\tilde{S}(P, T, e) = \tilde{S}(P, T + P, e)$  and  $P \in [P_1, P_2]$ ,  $T \in [T_1, T_1 + P]$ . Values for  $P_1, P_2$  and  $T_1$  are set by a trial and error process. The minimum of  $\tilde{S}$  with respect to  $P, T$  can be calculated approximately using a grid, and then refined using a steepest descent method. This is done for all  $e$  in the above interval, and a one-dimensional minimisation is then performed with respect to  $e$ .

### 3.2. Estimation of uncertainties

As in all statistical methods, uncertainties in the calculated values must be provided. A look at the quadratic equation given by Eqn. (3.4) suggests that the inverse of the  $\mathbf{M}$  matrix provides a covariance matrix,  $\mathbf{C} = \mathbf{M}^{-1}$ . The square of the diagonal elements of  $\mathbf{C}$  give estimates for the Thiele-Innes elements:

$$\sigma_A = \sqrt{C_{11}}, \quad \sigma_F = \sqrt{C_{22}}, \quad \sigma_B = \sqrt{C_{33}}, \quad \sigma_G = \sqrt{C_{44}}. \quad (3.9)$$

Uncertainties in the angular Campbell elements follow from the latter using Eqns. (3.2). Uncertainties for the remaining elements,  $P, T, e$ , can be obtained from the grid step [14]. A more formal method is to apply error propagation using  $\theta = \mathbf{M}^{-1} \cdot \mathbf{n}$ . However, this method implicitly assumes that the function  $S$  is quadratic in all the elements, but this is generally not true. Alternatively, in these cases one can apply the method based on confidence levels [15]. Uncertainties may vary depending on the method used. In the following we use the method based on the grid size.

## 4. Orbit determination using 1D solutions

In the extended method we add the contributions from the possibly multiple 1D solutions at epoch  $t_j$ . We define the augmented function

$$S(\{P, T, e\}; \theta) = \sum_{i=1}^N \left| \frac{\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_i^{(0)}}{\sigma_i} \right|^2 + w \sum_{j=1}^M \left( \frac{\mathbf{a}_j \cdot \mathbf{r}_j - 1}{\sigma'_j} \right)^2, \quad (4.1)$$

where  $j$  runs over the  $M$  1D (straight-line) solutions at times  $\tau_j$ , and  $\sigma'_j = \sigma_j/a$ . The extra term depends functionally on  $\{P, T, e\}, \theta$  through  $\mathbf{r}$ .  $w$  is the relative weight between the 2D and 1D solutions (in the 2D

following we take  $w = 1$ ). Eqn. (4.1) can also be written as (3.4), with

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Lambda} + \mathbf{\Pi}_{11} & \mathbf{\Pi}_{12} \\ \mathbf{\Pi}_{21} & \mathbf{\Lambda} + \mathbf{\Pi}_{22} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Pi}_{lm} = \sum_{j=1}^M \frac{a_j^{(l)} r_{oj}^{(m)} a_j r_{oj}}{\sigma_j^2}, \quad (4.2)$$

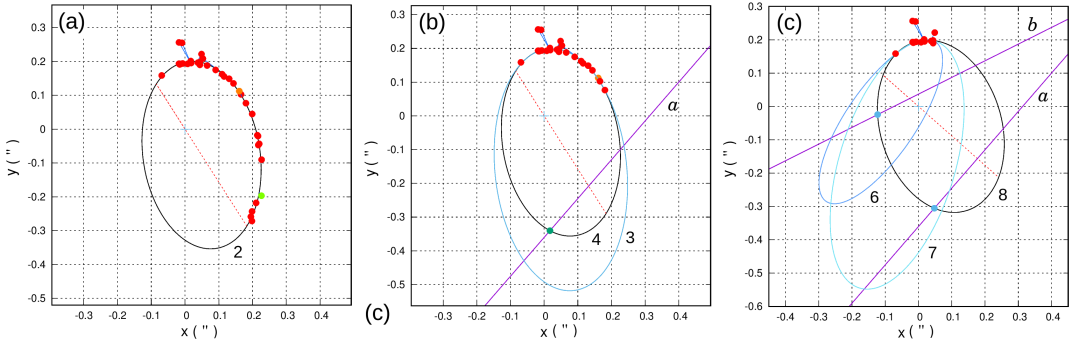
and

$$\mathbf{n} = (\mu_{11} + \lambda_{11}, \mu_{12} + \lambda_{12}, \mu_{21} + \lambda_{21}, \mu_{22} + \lambda_{22}), \quad \lambda = \sum_{j=1}^M \frac{a_j r_{oj}}{\sigma_j^2}. \quad (4.3)$$

In Eqn. (4.2) components of  $\mathbf{a}_j$  and  $\mathbf{r}_{oj}$  are denoted by superscripts. In problems without 1D solutions, we can take  $a_j = 0$ , and the standard case is recovered. The solution  $\theta$  is also given by a linear system of equations, as in the standard case.

Because of the presence of  $\mathbf{\Pi}_{ij}$ , the elements of  $\theta$  are not decoupled, and the full  $4 \times 4$  linear system has to be solved, which can be done analytically (the expressions are too long to be written here). Gauss elimination can also be used to obtain the solution. Once this is calculated, the function  $S$  is minimised in a nested iteration, as in the previous section. This is what we call *method I*.

An alternative procedure, *method II*, is to minimise only the first term in Eqn. (4.1) for each set  $(P, T, e)$ , as in the standard procedure, to obtain the Thiele-Innes elements, and then minimise the whole function  $S$  in a nested iterative process, using the same strategy as before. This amounts to using (3.1) instead of (4.1) to calculate  $\theta$ . Both these methods lead to the same solution, but the first should be preferred when the arc of measurements is very short. Uncertainties in the elements can be estimated as in the standard method.



**Figure 3.** 1D and 2D measurements and orbits fitted to different sets of data for WDS J04422+2257Aa,Ab. 2D measurements are taken from the Fourth Interferometric Catalog [17]. Dotted red lines are the apsis lines. (a) Full set of 36 2D measurements, covering an arc close to  $180^\circ$ , and fitted orbit, Set 2. (b) A subset of 25 2D measurements, covering an arc about  $90^\circ$  wide, and the 1D solution obtained from a lunar occultation [7] (J2022.0), with label a. The orbits fitted to Sets 3 and 4 are shown. The green filled circle is the position along the optimised orbit using Set 4 at J2022.0. (c) A subset of 15 2D measurements, covering  $\sim 50^\circ$ , and two 1D solutions: a is the same solution as in (b), while b is a fictitious solution that goes through a position obtained from the best orbit (Set 2) at J2033.0. Orbits fitted to Sets 6, 7 and 8 are shown. Blue circles indicate the positions along the optimised orbit (Set 8) at epochs J2022.0 and J2033.0.

## 5. An example: WDS J04422+2257Aa,Ab

We take the binary star WDS J04422+2257Aa,Ab as an example. Discovered in 1980 and last observed in 2007, a grade-3 orbit was computed for this star, based on 36 observations, by Cvetković and Novaković [16] in 2010. The orbit has been recalculated, and Fig. 3(a) shows the projected orbit, with the 36 measurements included. Table 1 summarises the values of the orbital elements in the different conditions. Set 1 corresponds to the published orbit, while Set 2 is our recalculated orbit (deduced from the same dataset, but using uncertainties which may be slightly different from the ones used in [16]). This orbit will be called *reference orbit* in the following.

As a test, we reproduced a situation with a fewer number of observations by limiting the number of measurements to 25, as drawn in Fig. 3(b). The resulting orbit is represented in blue. Set 3 in Table 1 pertains to this case. This orbit is quite far from the reference orbit (in black), since the first 25 measurements cover a short arc (approximately  $90^\circ$ ), while the full set of data covers approximately  $180^\circ$ .

Also represented in Fig. 3(b) is the orbit resulting by adding the 1D solution from the results of a lunar occultation occurred on 17 December 2021 [7] to the set of 25 measurements. We can see that it is almost indistinguishable from the reference orbit (see Set 4 in Table 1): despite containing only partial astrometric information, the 1D solution correctly constraints the orbit. We can see that Sets 3 & 4 are practically identical, but Set 4 spans an arc of 2D measurements which is half that used in Set 3.

To understand this result and why the 1D lunar limb represents a strong constraint, let us consider method II. At each step of the iterative process one first generates an orbit from the 2D measurements using  $S$  as the objective function. The  $S$  function is then evaluated, and the trial values for  $\{P, T, e\}$  are changed along a direction towards the minimum. Note that  $S$  is sensitive to the distance from the predicted orbital positions at  $\tau_j$  to the straight lines given by  $\mathbf{a}_j \cdot \mathbf{r}_j = 1$ . Obviously the process will tend to minimise these distances in conjunction with the distances from the orbit to the 2D measurements. Unless the trial orbit is very far from the optimal one, the process should be smoothly driven to the correct minimum and therefore to the optimal orbital elements.

Now we show that, in favourable cases, 1D solutions may lead to orbits of similar quality as 2D measurements. Consider the same example as before (Set 4 in Table 1), but now we replace the 1D solution of Fig. 3(b) by the 2D position indicated by the green circle. After orbit optimisation with the  $25 + 1$  2D measurements (25 real and 1 fictitious), we arrive at Set 5, which is very close to Set 4. In this case *the 1D solution is as accurate as the 2D solution as regards orbit optimisation!*

Fig. 3(c) shows a more strict case, where only 15 2D measurements, spanning an arc  $\sim 50^\circ$  long, are used. The orbit that results from these 2D solutions is quite far from optimal, Set 6 in Table 1. The orbit improves when the 1D solution is considered, Set 7. By including a second 1D solution (a fictitious observation chosen such that the limb intersects the reference orbit precisely at the orbital point associated to the epoch of observation, J2033.0), conveniently located in a region void of measurements, the resulting orbit, Set 8, is reasonably close to the reference orbit. Again, 1D solutions consistently improve orbits based on short arcs.

As an additional check, we consider the full set of 2D observations, and compare cases where only one or the two 1D solutions are added. In both cases the improvement is not substantial (see Fig. 3(d) and Table 1). This means that the published orbit is quite robust (and perhaps would deserve a lower grade).

Needless to say, there are situations where 1D solutions may not lead to unique or reasonable orbits. Spurious solutions will result when combining short arcs and particular configurations of the straight line. In these cases, solutions should always be analysed for possible erroneous orbits, and the initial guess for the orbit should be chosen using a conditioning strategy based e.g. on Monte Carlo sampling.



**Table 1.** Orbital elements,  $P$ ,  $T$ ,  $e$ ,  $a$ ,  $A$ ,  $F$ ,  $B$  and  $G$  that result from optimisations made with different sets of data for WDS J04422+2257Aa,Ab. The combination of 2D and 1D solutions for each set is given in Column ‘Data’. Set 1 corresponds to the published orbit [16]. In all cases starting values for the search grid method were  $P = 60$  y,  $T = J2050.0$ , and  $e = 0.2$ .

Set	Data 2D+1D	$P$ (y)	$T$ (y)	$e$	$a$ ('')	$A$ ('')	$F$ ('')	$B$ ('')	$G$ ('')	$O-C^*$ ('')
1**	36 + 0	57.896	2037.956	0.357	0.284	-0.2157	-0.1293	-0.1841	+0.1335	-
2	36 + 0 $\pm 0.005$	57.219 $\pm 0.005$	2037.094 $\pm 0.005$	0.365 $\pm 0.0005$	0.287 $\pm 0.002$	-0.2101 $\pm 0.0025$	-0.1940 $\pm 0.0026$	-0.1340 $\pm 0.0025$	+0.1233 $\pm 0.0026$	0.011
3	25 + 0 $\pm 0.005$	85.344 $\pm 0.005$	2066.594 $\pm 0.005$	0.484 $\pm 0.0005$	0.368 $\pm 0.007$	-0.3292 $\pm 0.0067$	-0.1648 $\pm 0.0046$	-0.1024 $\pm 0.0067$	0.1938 $\pm 0.0046$	0.016
4	25 + 1 $\pm 0.005$	58.734 $\pm 0.005$	2038.547 $\pm 0.005$	0.370 $\pm 0.0005$	0.288 $\pm 0.008$	-0.2112 $\pm 0.0060$	-0.1943 $\pm 0.0030$	-0.1342 $\pm 0.0060$	0.1239 $\pm 0.0030$	0.011
5†	26 + 0 $\pm 0.005$	58.141 $\pm 0.005$	2038.094 $\pm 0.005$	0.352 $\pm 0.0005$	0.283 $\pm 0.007$	-0.2136 $\pm 0.0055$	-0.1844 $\pm 0.0031$	-0.1269 $\pm 0.0055$	0.1311 $\pm 0.0031$	0.017
6	15 + 0 $\pm 0.005$	35.953 $\pm 0.005$	2095.562 $\pm 0.005$	0.735 $\pm 0.0005$	0.403 $\pm 0.007$	-0.0616 $\pm 0.0129$	0.3521 $\pm 0.0122$	0.1541 $\pm 0.0129$	-0.1531 $\pm 0.0122$	0.153
7	15 + 1 $\pm 0.005$	79.969 $\pm 0.005$	2065.953 $\pm 0.005$	0.482 $\pm 0.0005$	0.389 $\pm 0.006$	-0.3611 $\pm 0.0107$	0.1110 $\pm 0.0156$	0.1334 $\pm 0.0107$	0.1720 $\pm 0.0156$	0.049
8+	15 + 2 $\pm 0.005$	57.234 $\pm 0.005$	2035.859 $\pm 0.005$	0.387 $\pm 0.0005$	0.2754 $\pm 0.0215$	-0.1534 $\pm 0.0160$	-0.2257 $\pm 0.0068$	-0.1737 $\pm 0.0160$	0.0852 $\pm 0.0068$	0.015

\* Per point. Includes all 36 measurements.

\*\* Published orbit [16].

† One 2D point, at J2022.0, is a fictitious measurement.

+ One of the two 1D solutions, at J2033.0, is a fictitious measurement.

## 6. Conclusions

One-dimensional solutions for the relative astrometry of a binary star may be incorporated into standard procedures of orbit optimisation. In some cases the contribution from these solutions may be as accurate as those from standard two-dimensional astronomy. As noted by Mason [8], 1D solutions may be particularly relevant for epochs close to periastron, where the relative positions are changing more rapidly. Because of their relevance for binary-star astrometry, we urge the amateur community to undertake this type of measurements and to report the results [7].

We are presently analysing a large number of binary stars for which one or more 1D solutions are available, in an effort to improve or recalculate their orbital elements using the information obtained from lunar occultations. Also, an ongoing investigation, based on synthetic orbits, is exploring the landscape of possible situations and their relevance for orbit estimation. These results will be published elsewhere.

## Acknowledgements

We thank Rachel Matson (USNO) for her help in providing data of the WDS catalogue for this investigation.

## References

- [1] R. E. Nather and D. S. Evans, *Astron. J.* **75**, 575 (1970).
- [2] R. E. Nather and M. M. McCants, *Astron. J.* **75**, 963 (1970).

- [3] R. E. Nather and D. S. Evans, *Astrophys. and Space Sci.* **11**, 28 (1971).
- [4] L. Zampieri, A. Richichi, G. Naletto, C. Barbieri, A. Burtovoi, M. Fiori, A. Glindemann, G. Umbriaco, P. Ochner, V. V. Dyachenko and M. Barbieri, *Astron. J.* **158**, 176 (2019).
- [5] See e.g. *Double Stars*, W. D. Heintz (Reidel Publishing, 1978) for a general introduction to double stars.
- [6] <https://occultations.org/>
- [7] <https://sites.google.com/aam.org.es/oled/>
- [8] B. D. Mason, *Astron. J.* **112**, 2260 (1996).
- [9] G. H. Schaefer, M. Simon, T. L. Beck, E. Nelan, and L. Prat, *Astron. J.* **132**, 2618 (2006).
- [10] G. H. Schaefer, L. Prato, M. Simon, and J. Patience, *Astron. J.* **147**, 147 (2014).
- [11] D. Herald and D. Gault,  
<http://vizier.cds.unistra.fr/viz-bin/VizieR?-meta.foot&-source=VI/132B>
- [12] <http://www.astro.gsu.edu/wds/orb6.html>
- [13] Note that light curves containing diffraction fringes provide a length scale from which the value of  $\gamma'$  can be derived if  $\nu$  and  $\beta$  are known. This is not possible for step-like light curves, resulting from low frequency sampling typical of amateur work, which is the case in the present discussion.
- [14] W. I. Hartkopf, H. A. McAlister, and O. G. Franz, *Astron. J.* **98**, 1014-1039 (1989).
- [15] William H. Press et al., *Numerical Recipes in C. The Art of Scientific Computing*, 2nd Edition (Cambridge University Press, 1992).
- [16] Z. Cvetković and B. Novaković, *Astron. Nachr.* **331**, 304 (2010).
- [17] <http://www.astro.gsu.edu/wds/int4.html>

## APPLICATIONS

# El Catálogo de estrellas de Hiparco

César González Crespán<sup>1</sup><sup>1</sup>Asociación Astronómica de Vigo, Spain. E-mail: [cgcrespan@gmail.com](mailto:cgcrespan@gmail.com).**Keywords:** catálogos, catalogues, Hipparco, Hiparco, historia de la astronomía, history of astronomy

© Este artículo está protegido bajo una licencia Creative Commons Attribution 4.0 License.

Este artículo adjunta un *software* accesible en[https://github.com/JCAAC-FAAE/No01-Nov2024-El\\_catalogo\\_de\\_estrellas\\_de\\_Hiparco](https://github.com/JCAAC-FAAE/No01-Nov2024-El_catalogo_de_estrellas_de_Hiparco)

## Resumen

Se quiere demostrar que Hiparco realizó el Catálogo de Estrellas del Almagesto, antes que Claudio Ptolomeo, quién giró los puntos solsticiales y equinocciales, el número de grados que él pensaba de la precesión,  $1^\circ/100$  años, desde la época Hiparco. A comienzos del siglo XIX, Delambre, sugería que Ptolomeo no había realizado ninguna medición, copiando las observaciones y mediciones de Hiparco, con algunas posteriores, mal ejecutadas, para obtener el resultado esperado. Las observaciones y descripciones de eclipses que aparecen en el Almagesto están bien descritas, y se corresponden con hechos reales, hasta la época de Hiparco. Según Delambre, y otros autores más modernos, las observaciones y descripciones posteriores, son inventadas. Se han monitorizado las longitudes y latitudes eclípticas de las estrellas del Almagesto, en proyección Plate Carrée. Se han construido gráficos en proyección azimutal equidistante. Igualmente, se han tomado las mismas coordenadas de las estrellas más significativas de veinte constelaciones, en fecha J2000. Por medio de dos programas en Python/Cartopy, se han construido los gráficos de las estrellas en las dos eras, la del año primero de Antonino Pío, año 138 d.C., y la de fecha juliana J2000, girada retrocediendo los grados de la precesión real,  $26,01^\circ$ , entre ambas fechas. Hay una diferencia de  $1,05^\circ$ , entre las longitudes eclípticas de las estrellas J2000, giradas, y las del catálogo de estrellas del Almagesto, situadas hacia fechas 75 años más antiguas, lo que sugiere la existencia de un error sistemático.

## Abstract

We aim to demonstrate that Hipparchos created the Star Catalogue in the Almagest before Claudius Ptolemy, who shifted the solstitial and equinoctial points by the number of degrees he believed corresponded to precession, at a rate of  $1^\circ/100$  years, starting from Hipparchos' time. In the early 19th century, Delambre suggested that Ptolemy had not made any measurements of his own, instead copying Hipparchos' observations and measurements, along with some later ones that were poorly made, to achieve the desired result. The eclipse observations and descriptions in the Almagest are well described and correspond to real events up until Hipparchos' time. According to Delambre and other more modern authors, the later observations and descriptions are fabricated. The ecliptic longitudes and latitudes of the stars in the Almagest have been monitored using a Plate Carrée projection. Azimuthal equidistant projection charts have also been constructed. Likewise, the same coordinates of the most significant stars from twenty constellations have been taken from the J2000 epoch. Using two Python/Cartopy programs, star charts have been generated for two eras: the first year of Antoninus Pius (138 AD) and the Julian date J2000, with the real precession of  $26,01^\circ$  rotated backwards between these two dates. There is a difference of  $1,05^\circ$  between the rotated J2000 ecliptic longitudes of the stars and those in the Almagest star catalogue, which are dated approximately 75 years earlier. This suggests the presence of a systematic error.

## 1. Introducción

En este trabajo se quiere demostrar que fue Hiparco (Fig. 1) quién realizó el Catálogo de Estrellas del Almagesto, antes que Claudio Ptolomeo, y que este último lo único que hizo fue girar los puntos solsticiales y equinocciales, el número de grados que él pensaba que giraba la precesión, de  $1^\circ/100$  años, desde la época Hiparco. Esta idea no es nueva. A comienzos del siglo XIX el matemático y astrónomo francés Jean-Baptiste Joseph Delambre, quien participó en la medición del arco de meridiano entre Dunkerque y Montjuic (Barcelona), que se realizó para la fundamentación del Sistema Métrico Decimal, ya sugería en su enciclopédica Historia de la Astronomía antigua, que Ptolomeo no había realizado ninguna medición, pese a que dice, en el Almagesto, “... observamos tantas estrellas como nos ha sido posible ver, hasta aquellas de sexta magnitud...”, y que se limitó a copiar las observaciones y mediciones de Hiparco, añadiendo algunas posteriores, mal ejecutadas, e inventadas para obtener el resultado esperado. Las observaciones y descripciones de eclipses que aparecen en el Almagesto fueron realizadas desde tiempos antiguos. La primera en la era de Nabonassar, rey de Caldea y Babilonia, que fue efectuada en el siglo VIII a.C. Las siguientes, hasta las realizadas por la época de Hiparco, quién vivió en el siglo II a.C., están bien descritas, y se corresponden con hechos reales, determinando correctamente las posiciones del Sol y la Luna en la eclíptica, así como la fecha, fijado el año en la era de referencia, al igual que la hora de inicio del acontecimiento astronómico. No ocurre lo mismo, según Delambre, con las observaciones y descripciones posteriores a Hiparco, que, para él, y otros autores más modernos, son inventadas.



**Figura 1.** Estatua de Hiparco de Nicea, en “Los Ángeles Astronomers Monument & Sundial, Griffith Observatory, Astronomers Monument Figures: Hipparchus”, junto a las de otros grandes astrónomos, Copérnico, Galileo, Kepler, Newton y Herschel.

Se han tomado las 1022 longitudes y latitudes eclípticas de las estrellas del Almagesto, agrupadas en 48 constelaciones, para monitorizarlas en una hoja de cálculo, generando los dibujos en proyección Plate Carrée, por medio de gráficos de burbujas de Excel. Con estos datos, dispuestos por constelaciones y estrellas, en un fichero de texto, también se han construido gráficos en proyección azimutal equidistante. Del mismo modo, se han tomado las mismas coordenadas de las estrellas más significativas de veinte constelaciones, en fecha J2000. Por medio de dos programas en Python/Cartopy, desarrollados durante el Curso de Cálculo Astronómico de la Federación de Asociaciones Astronómicas de España (FAAE), se han construido los gráficos de las estrellas en las dos eras, la del año primero de Antonino Pfo, año 138 d.C., y la de fecha juliana 2000, girada retrocediendo los grados supuestos de la precesión real,  $26,01^\circ$ , entre ambas fechas.

Comprobamos la existencia de una diferencia de  $1,05^\circ$ , en las longitudes eclípticas de las estrellas, J2000 y las que aparecen en el catálogo de estrellas del Almagesto, que están giradas hacia fechas 75 años más antiguas, lo que sugiere la existencia de un error sistemático en este Catálogo de Estrellas, como si los puntos solsticiales y equinocciales se situaran en una posición más antigua de la que les correspondía en la realidad. Esta apreciación es coherente con la diferencia observada por Delambre y otros autores más modernos, como Owen Gingerich, Robert R. Newton, y N. M. Swerdlow.

## 2. Estado de arte

### 2.1. Historia de la astronomía antigua: Delambre

Traducimos, del francés, varios fragmentos del libro “Historia de la Astronomía antigua” de Jean-Baptiste Joseph Delambre:

*Esto nos demuestra que Hiparco sabía calcular triángulos esféricos, que conocía las ascensiones rectas casi con la misma exactitud, aproximadamente, con la que las puso en su Catálogo relacionado con la eclíptica; de lo cual podríamos inferir que había observado primero las ascensiones rectas y las declinaciones; de las cuales habría determinado después las longitudes y latitudes, de donde habría concluido que las latitudes eran constantes y que las longitudes aumentaban de manera más uniforme que las ascensiones rectas; que entonces también, tal vez, habría imaginado el astrolabio, que le daba directamente las ubicaciones de los astros relacionadas con la eclíptica. Veremos que, al menos en los últimos años, tuvo en Rodas un instrumento de este tipo, con el que observaba la Luna. Esto no es, en parte, más que una conjetura; prestaremos atención a lo que pudiera o descartarlo o confirmarlo. Se deduciría también de este fragmento de texto que el ecuador estaba dividido en doce signos de  $30^\circ$  cada uno; y que era a lo largo de la eclíptica, dividida de forma parecida, como se contaban las constelaciones. (pág. 117, Histoire de l’astronomie ancienne, tomo 1; por M. Delambre, Hipparque).*

*Si ésta es la longitud dada por Hiparco, la precesión total será de  $26^\circ 59'$ , lo que equivaldría en un año, a  $50''124$  para el intervalo 1938, y a  $49''51$  para 1962. A pesar de todas estas incertidumbres, aún vemos una precesión de  $49''5$  a  $50''$ , que sería muy valiosa si no tuviéramos algo mejor.*

*La longitud de Ptolomeo, reducida en  $2^\circ 40'$ , es  $9S 1^\circ 50'$ ; que confirma de paso la opinión universalmente aceptada de que es necesario restar aproximadamente  $2^\circ 40'$  de las longitudes de Ptolomeo para encontrar las de Hiparco. La longitud de Hiparco aquí es  $9s 1^\circ 30'$  o  $9S 2^\circ 4'$ , medio,  $9s 1^\circ 47'$ . (págs. 178-179, Histoire de l’astronomie ancienne, tomo 1; por M. Delambre, Hipparque).*

*De esto se deduce evidentemente que la precesión media difiere muy poco de  $50''0$ , y que es absolutamente necesario restar  $2^\circ 40'$  de las estrellas de Ptolomeo para encontrar las longitudes de Hiparco.*

*Se ha intentado excusar a Ptolomeo diciendo que pudo haber observado; que sus observaciones podrían ser buenas en sí mismas, y contener el error de las Tablas del Sol. La excusa podría ser admisible, si el propio Ptolomeo no nos dijera que observó la época, la ecuación y el apogeo del Sol, y que encontró los mismos elementos que Hiparco. Por tanto, se le debe atribuir el error a sus Tablas del Sol,*

ya que no supo corregirlas. Pero parece mucho más probable que no haya observado ni las estrellas ni el Sol y que haya tomado todo prestado de Hiparco, después de haber hecho, tal vez por motivos de forma, algunas observaciones en pequeño número y que no le parecieran suficientes para arriesgarse a cualquier cambio distinto de los  $2^{\circ} 40'$  que consideró necesario añadir a las longitudes, suponiendo que la precesión anual fuera de  $36''$ , aunque algunas observaciones de Hiparco dieron  $42''$ , y otras mucho más. (pág. 183, Histoire de l'astronomie ancienne, tomo 1; por M. Delambre, Hipparque).

Aquí pues, finalmente, están los fundamentos de la Astronomía establecidos por los griegos. Las posiciones de las estrellas están determinadas por ascensiones rectas y declinaciones; Se conoce la oblicuidad de la eclíptica. Veremos en Ptolomeo que Hiparco había determinado además la desigualdad del Sol y el lugar de su apogeo así como sus movimientos medios; los movimientos medios de la Luna, el nodo y el apogeo, la ecuación del centro de la Luna y la inclinación de su órbita; que había vislumbrado una segunda desigualdad de la que no pudo, por falta de observaciones adecuadas, descubrir el período y la ley; que había iniciado un curso más regular de observaciones para proporcionar a sus sucesores los medios para encontrar la teoría de los planetas. Finalmente, vemos en su Comentario a Arato que había expuesto y demostrado geoméricamente los métodos necesarios para encontrar las ascensiones rectas y oblicuas de los puntos de la eclíptica y de las estrellas, el punto este y culminante de la eclíptica, el ángulo del oriente que hoy se llama la altura de nonagésima. Por tanto, tenía una trigonometría esférica. Veremos por sus cálculos de la excentricidad de la Luna que tenía una trigonometría rectilínea y Tablas de Cuerdas. Había diseñado un planisferio con la proyección estereográfica; supo calcular los eclipses de Luna y utilizarlos para mejorar las Tablas; tenía un conocimiento aproximado de las paralajes, y Ptolomeo, que quería corregirlo en este punto, se desvió mucho más de la verdad: finalmente vemos un cuerpo de ciencia verdadera. Lo que le faltaba eran mejores instrumentos; pero en este sentido nos hemos vuelto difíciles. En aquellos comienzos, una precisión de un grado debió parecer algo maravilloso. Hiparco no siempre la conseguía, sobre todo cuando la operación era complicada; pero a menudo la superó con creces, como en las ecuaciones del centro de la Luna y del Sol, y en la inclinación de la Luna, que obtuvo muy aproximadamente con una diferencia de unos minutos.

Quizás nos sorprenda que después de haber observado por un tiempo ascensiones rectas y declinaciones, abandonó las armillas ecuatoriales para sustituirlas por el astrolabio, mediante el cual relacionaba los astros inmediatamente con la eclíptica. Se ve en Ptolomeo que tenía en Rodas uno de estos instrumentos con el que observaba la Luna; esta es la mención más antigua que conocemos. Quizás Hiparco fue el inventor; la idea se le habría ocurrido durante su descubrimiento del movimiento de las fijas en longitud. Viendo que las latitudes eran constantes y las longitudes aumentaban de manera uniforme, mientras que las ascensiones rectas y declinaciones variaban en una cantidad que no sabía calcular, al menos con cierta facilidad. Estas consideraciones y la extensión de los cálculos trigonométricos que sabía hacer, pero que tanto interés tenía en evitar cuando encontraba la posibilidad; esto es sin duda lo que le hizo imaginar un instrumento más complicado, por tanto, menos fiable, pero que le daba directamente lo que sólo podría haber obtenido mediante un trabajo tedioso y sujeto a frecuentes errores. Estas excusas son válidas, pero no es menos lamentable que haya cambiado su método de observación y no haya seguido determinando ascensiones y declinaciones rectas, o al menos que estas determinaciones fundamentales no nos hayan sido transmitidas; porque nada nos asegura positivamente que haya utilizado el astrolabio para las estrellas: podría haberlo reservado para el Sol, la Luna y los planetas. Es cierto que debió encontrar grandes facilidades para su Catálogo compuesto por 1080 estrellas. Se supone comúnmente que contenía sólo 1022, según el de Ptolomeo, donde no se contaron ni las nebulosas ni algunas estrellas oscuras. Observando directamente longitudes y latitudes, o deduciéndolas de ascensiones rectas y declinaciones, dio a este Catálogo la forma más cómoda para los astrónomos que le sucederían y la más ventajosa para sus observaciones diarias del sol y de los planetas. En cualquier caso, las observaciones relacionadas con el ecuador, si hubiera agregado la fecha, nos serían mucho más útiles hoy que su Catálogo.

*A pesar de las imperfecciones de su astrolabio, parece que las longitudes y latitudes de su Catálogo son un poco mejores que las ascensiones rectas y declinaciones que nos ofrece su Comentario. Es probable que se haya entrenado en el arte de la observación; que habrá puesto en ello más cuidado y escrúpulo; que después de haber superado a sus predecesores en los primeros intentos registrados en su Comentario, habrá querido superarse a sí mismo, sobre todo porque había reconocido el movimiento de las estrellas. Las observaciones de Aristilo y Timocaris le parecieron demasiado burdas para dar la cantidad de este movimiento por la comparación que hizo con las suyas. Sin embargo, dos de estas comparaciones que nos han sido conservadas, dan 42" por año, en lugar de 36" que Ptolomeo encontró después. Trabajó para dejar a sus sucesores datos más ciertos.*

*Cuando reunimos todo lo que inventó o perfeccionó, y cuando pensamos en muchas de sus obras, y en la cantidad de cálculos que suponen, encontramos en Hiparco uno de los hombres más asombrosos de la antigüedad, y el más grande de todos en las ciencias que no son puramente especulativas y requieren que el conocimiento geométrico se combine con el conocimiento de hechos y fenómenos particulares cuya observación requiere mucha asiduidad e instrumentos perfeccionados. La constancia y la asiduidad dependen sólo del hombre; pero los instrumentos perfeccionados sólo pueden ser el trabajo de mucho tiempo y el esfuerzo continuo de muchos hombres trabajadores.*

*Después de este gran astrónomo, la ciencia se mantuvo casi 300 años estacionaria; Ptolomeo es el único con quien la Astronomía ha tenido obligaciones reales. El propio Ptolomeo no tuvo sucesor entre los griegos. Hay que recorrer un intervalo de 800 años para encontrar entre los árabes algún pequeño descubrimiento y la determinación más precisa del movimiento de precesión; después de lo cual la ciencia volverá a quedar estacionaria hasta Copérnico, Tycho y Kepler, fundadores de la Astronomía moderna.*

*Así en todos los autores cuyas obras vamos a hojear; desde Hiparco hasta Ptolomeo, sólo encontraremos comentaristas o abreviadores; ¡Me alegro si en sus compilaciones encontramos algunas ideas tomadas de autores más antiguos cuyas obras se han perdido!*

*Riccius, en su Tratado sobre los movimientos de la octava esfera, habla de un Millæus, un astrónomo, que vivía en Roma y que había observado muchas estrellas, 41 años antes que Ptolomeo, es decir el primer año del reinado de Trajano; añade que Ptolomeo había tenido tanta confianza en esta obra, que, para formar su Catálogo, se contentó con añadir 25' a todas las longitudes de Millæus. Sería muy extraño que Ptolomeo nunca hubiera citado a este Millæus. Riccius, al informar de este hecho, se basa en el testimonio del árabe Albouhassin. Se cree que el Catálogo de Millæus es sólo el de Hiparco, reducido al primer año de Trajano, añadiendo 2° 15' a todas las longitudes. Sólo veo este medio para poner de acuerdo a Millæus y Ptolomeo con Hiparco, y lo que hoy sabemos sobre la precesión.*

*Copérnico habla de un Menelao que observó en Roma y que compuso también, por la misma época, un gran catálogo de estrellas. ¿Podría ser este Menelao el Millæus de Riccius? A nosotros nos importa poco, ya que no nos queda nada ni de uno ni de otro. (págs. 183-186, Histoire de l'astronomie ancienne, tomo 1; por M. Delambre, Hipparque).*

## **2.2. Comentarios de Hiparco al catálogo de estrellas de Arato y Eudoxo**

Eudoxo escribió, en el siglo IV a.C. un Catálogo de Estrellas, que nos ha llegado a nosotros, de forma fragmentada, a través de los Comentarios de Hiparco, a un poema escrito por Arato, llamado Aratus latinus, que es de una época algo posterior a Eudoxo, y en el cual aparecen las coordenadas celestes, ascensiones rectas y declinaciones, del Catálogo de Estrellas de Eudoxo (ver [Material Suplementario 1](#)), para la confección del cual tuvo que utilizar una esfera armilar ecuatorial. Estos Comentarios de Hiparco se supone que corresponden a una época temprana de su carrera como astrónomo.

*Sin duda es más sorprendente que, 265 años después de Hiparco, no encontrara una corrección más significativa (pág. 146, 240, Histoire de l'astronomie ancienne, tomo 2). Estas observaciones sobre todas las partes del cielo estrellado bastan para probar, nos dice Ptolomeo, que el movimiento es*

el mismo para todas las estrellas que giran uniformemente alrededor de polos comunes que son los de la eclíptica; que este movimiento no es exclusivo de las estrellas del zodiaco; porque en los 265 años transcurridos desde Hiparco, los cambios habrían sido lo suficientemente sensibles como para perturbar la mayoría de los alineamientos. (pág. 245, Histoire de l'astronomie ancienne, tomo 2).

Sirviéndonos, también, del mismo instrumento, cuyos círculos giran alrededor de los polos de la oblicua, observamos tantas estrellas como nos ha sido posible ver, hasta aquellas de sexta magnitud. (Ptolomeo, Almagesto).

Al observar las estrellas y el Sol 265 años después de Hiparco, cometió errores de  $1^\circ$  en la ubicación del apogeo y la longitud media; estos errores no pueden excusarse. Explicaríamos todo de manera menos favorable, pero más sencilla, diciendo que no observó ni estrellas ni equinoccios, y que tomó todo de Hiparco a partir del mínimo que había asignado a la precesión. (pág. 250, Histoire de l'astronomie ancienne, tomo 2).

### 3. Instrumentos de medición

#### 3.1. La esfera armilar eclíptica o meteoroscopio

La esfera armilar “ecuatorial” (Fig. 2) era conocida, por tanto, por Eudoxo, Aristilo, Timocaris y Eratóstenes, a partir del siglo IV a.C. Era una esfera armilar con plano ecuatorial, que permanecía estático, paralelo al ecuador terrestre, y celeste. Se les asignaban a las estrellas las unidades utilizadas, que eran la ascensión recta, de 0h a 24h, con origen en el equinoccio de primavera o punto vernal, por medio de un aro, o armilla, circular, que giraba alrededor de los polos celestes; y la declinación, con origen en el ecuador celeste, de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , con valores positivos en el hemisferio norte, y negativos en el hemisferio sur, determinados por una pieza, con una mira, que se desplazaba a lo largo de la anterior armilla. Para iniciar la medición, la línea de origen de las ascensiones rectas debía estar alineada con la línea de los equinoccios real.

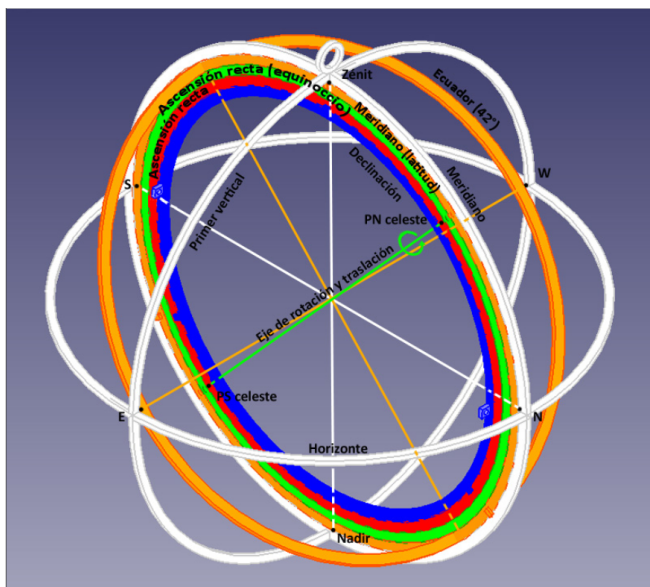


Figura 2. Esfera armilar ecuatorial.



En el siglo II a.C. Hiparco desarrolló una nueva esfera armilar, añadiendo el plano eclíptico, llamado zodiaco en los tiempos antiguos, y el coluro solsticial, plano definido por una armilla que pasaba por los polos celestes, perpendicular al plano eclíptico. La armilla del coluro solsticial giraba alrededor de los polos celestes, gracias a unos cilindros móviles, arrastrando los polos eclípticos, que se encontraban sobre ella. El eje que pasaba por los polos eclípticos era perpendicular al plano zodiacal. El coluro solsticial y la armilla del plano zodiacal eran solidarios en los puntos solsticiales. Las unidades que se utilizaban eran longitudes eclípticas, de  $0^\circ$  a  $360^\circ$ , repartidas en 12 dodecatemorias, vinculadas a los signos zodiacales, de  $30^\circ$  cada una; y las latitudes eclípticas, medidas desde el plano eclíptico, con valores de  $0^\circ$  a  $90^\circ$ , positivos al norte, y negativos al sur. La armilla de longitudes, interior al coluro solsticial, giraba alrededor del eje de los polos eclípticos. Sobre ella se desplazaba una mira para medir las latitudes, hacia el norte o el sur. Esta esfera armilar se llamaba también meteoroscopio.

Con la esfera armilar ecuatorial se podían determinar coordenadas celestes ecuatoriales, ascensiones rectas y declinaciones, pero con el meteoroscopio se podían determinar coordenadas eclípticas, longitudes y latitudes. El origen de las longitudes eclípticas era la línea de los equinoccios, que pasaba por los puntos aries, vernal, o equinoccio de primavera, y libra, o equinoccio de otoño. Se debía orientar para hacer la línea de los equinoccios paralela a la línea real, apuntando simultáneamente al sol y a la luna, tantas veces como fuera posible (Almagesto), hasta que el coluro solsticial hiciera sombra sobre el otro plano. Conocida la longitud eclíptica de la luna en el zodiaco, por diferencia con la longitud eclíptica del sol, se calculaban las longitudes eclípticas de otros astros por referencia a ella. El desajuste de la línea de los equinoccios era casi inmediato, debido a la rotación de la Tierra, y era necesario volver a apuntar.

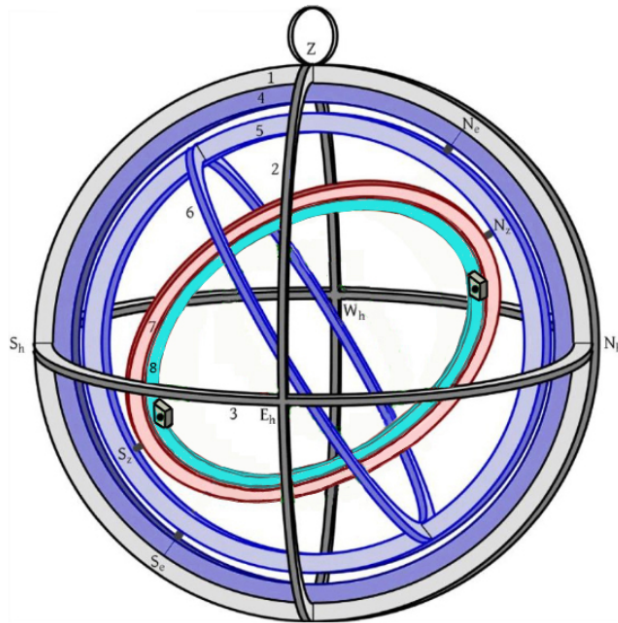
El meteoroscopio se atribuye habitualmente a Ptolomeo. Este aparato era necesario para realizar un Catálogo de Estrellas basado en longitudes y latitudes eclípticas. Como veremos después, hay una serie de aspectos que inducen a pensar que fue Hiparco su inventor.

Con el meteoroscopio, Ptolomeo (o Hiparco) obtuvo las longitudes y latitudes eclípticas de 1022 estrellas. El Catálogo de Estrellas del Almagesto se hizo con la esfera armilar eclíptica, que permitía obtener estas longitudes y latitudes eclípticas. También podían utilizar, como elementos de apoyo, otros aparatos, como el medidor de ángulos, o alidada, del astrolabio (derivado de la esfera armilar, adaptada a un plano), y la dioptra, o transportador de ángulos. En el primero la horizontalidad se obtenía colgándolo de una cuerda, y en el segundo, por medio de un nivel de burbuja. Como reloj los astrónomos utilizaban el astrolabio, o una clepsidra, o reloj de agua. Como dice Delambre, Hiparco tuvo, al menos en los últimos años, en Rodas, un instrumento de este tipo, aunque también estuvo, al menos unos años, en Alejandría. Todas las estrellas que aparecen en el Catálogo de Estrellas del Almagesto, son visibles desde Rodas, incluso Canopus, con sus muy australes latitudes eclípticas, que se ve desde esa isla de Grecia, durante varios días por encima del horizonte, todos los años.

### 3.2. Geometría de la esfera armilar eclíptica o meteoroscopio

Habiendo concluido Hiparco, que las latitudes eran constantes y que las longitudes aumentaban de manera más uniforme que las ascensiones rectas, ideó el astrolabio que daba directamente las ubicaciones de las estrellas relacionadas con la eclíptica, sin necesidad de complejos cálculos intermedios. En consecuencia, para determinar las coordenadas de las estrellas, Hiparco, y Ptolomeo, emplean el sistema de referencia eclíptico, utilizando la esfera armilar eclíptica, también llamada astrolabio, o meteoroscopio, que se describe en el Almagesto, y en un tratado recientemente descubierto, que describe los anillos, o armillas, que tenía.

El anillo exterior (1), “portador” (“el (anillo) que lleva una suspensión/gancho”, ó *φέρων αρτημα*, o simplemente *φέρων*), era un anillo de meridiano fijo que representa el meridiano local en un marco de referencia basado en el horizonte (ver Fig. 3). Un segundo anillo (2), llamado *έκτημοροσ*, hektemoros (literalmente “seis partes”), era igual en dimensiones al portador, fijo al mismo, en el plano vertical



**Figura 3.** Meteoroscopio de 8 anillos. Modificado de Victor Gysembergh, Alexander Jones, Emanuel Zingg, Pascal Cotte, Salvatore Apicella. “Recuperado el tratado de Ptolomeo sobre el meteoroscopio”. *Archive for History of Exact Sciences* (2023).

perpendicular al portador, y cortándolo en el cénit y el nadir. Un tercer anillo (3), llamado “horizonte” (ὄριζων), que está en el plano del horizonte local, fijado al portador y al hektemoros en los puntos cardinales. Un cuarto anillo (4), llamado “meridiano” (μεσημβρινός), que representa el meridiano local en un marco de referencia ecuatorial. Está inmediatamente dentro del portador y se mantiene en el plano del portador por bridas, pero se puede establecer en cualquier orientación en ese plano de acuerdo con la latitud terrestre.

El plano del ecuador forma un ángulo con la horizontal igual a la co-latitud ( $90^\circ - \text{latitud}$ ). Es perpendicular al eje de rotación terrestre, que determina el movimiento diario de rotación. El eje de rotación terrestre se marca en el meridiano según la latitud del lugar de observación. El ecuador celeste y el eje de rotación permanecen estáticos, de forma aparente. El plano eclíptico forma con el ecuador un ángulo llamado oblicuidad ( $23,5^\circ$  según Ptolomeo). La intersección de ambos planos es la línea de los equinoccios, aries – libra. El plano eclíptico gira, de forma aparente, alrededor del eje de rotación terrestre. Para ser utilizado como sistema de referencia, el plano eclíptico del meteoroscopio debe ponerse paralelo al plano eclíptico real, y la línea de los equinoccios paralela a la real. Para ajustarlos se utiliza un tercer plano, llamado coluro solsticial, que es perpendicular a los dos planos anteriores, y a la línea de los equinoccios, pasando por los polos celestes y eclípticos, así como por los puntos solsticiales. El coluro solsticial del meteoroscopio (πολέων, “revólver”) (5), se hace girar alrededor del eje que pasa por los polos celestes, arrastrando en su movimiento al plano eclíptico, o zodiaco (ζωδιακός)(6). El eje perpendicular a la eclíptica, que pasa por los polos eclípticos, es el eje alrededor del cual gira el sol en su movimiento de traslación aparente anual, recorriendo la eclíptica o zodiaco, siguiendo las longitudes eclípticas crecientes.

Las longitudes eclípticas se calculan sobre el círculo eclíptico, desde el punto aries de la línea de los equinoccios, pasando por los doce signos zodiacales, de  $30^\circ$  cada uno, cada uno de ellos llamado dodecatemoria, tauro, géminis, cáncer, etc., de modo que  $30 \times 12 = 360$ , cubren todo el círculo. Un aro o

armilla móvil (*ἀστρολάβος*, “astrolabio”) (7), solidario al eje eclíptico, se lleva hasta la longitud de la estrella a medir, girando alrededor de los polos eclípticos. Las latitudes eclípticas se calculan desde el plano eclíptico, perpendicularmente al mismo, siguiendo el círculo desde la anterior armilla de longitud, hacia el polo norte, o sur, eclípticos, con unas miras diametralmente opuestas, situadas en un aro que está inmediatamente dentro del astrolabio, y se mantiene en el plano del astrolabio por bridas (8), de la misma manera que el cuarto anillo, hasta apuntar a la estrella a medir. El círculo eclíptico está muy inclinado con respecto a la horizontal, en el caso que nos ocupa, latitud  $42^\circ$ , con una inclinación de  $90^\circ - 42^\circ + 23,5^\circ = 71,5^\circ$ . En el polo norte estaría inclinado  $23,5^\circ$ , y en el ecuador  $90^\circ + 23,5^\circ = 113,5^\circ$  ( $66,5^\circ$ ). Los movimientos de rotación y de traslación desalinean pronto la línea de los equinoccios real con la de la esfera armilar, a razón de un cuarto de grado por minuto. La esfera armilar de Alejandría (Fig. 4) debía ser grande, al menos de un metro de diámetro, probablemente más, hasta dos metros, y estar bien construida, para obtener mediciones precisas.

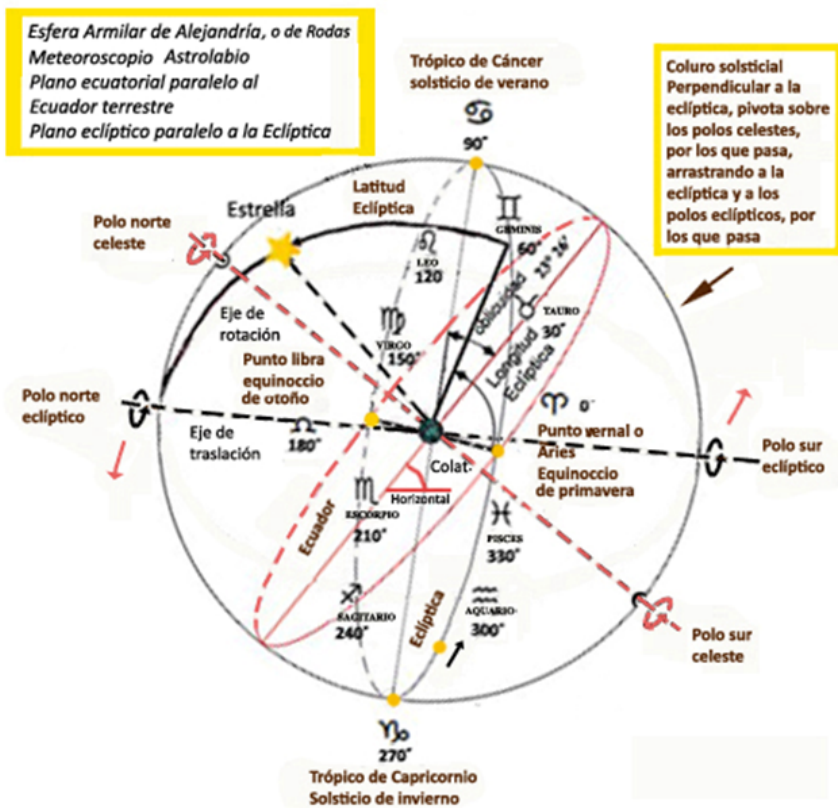
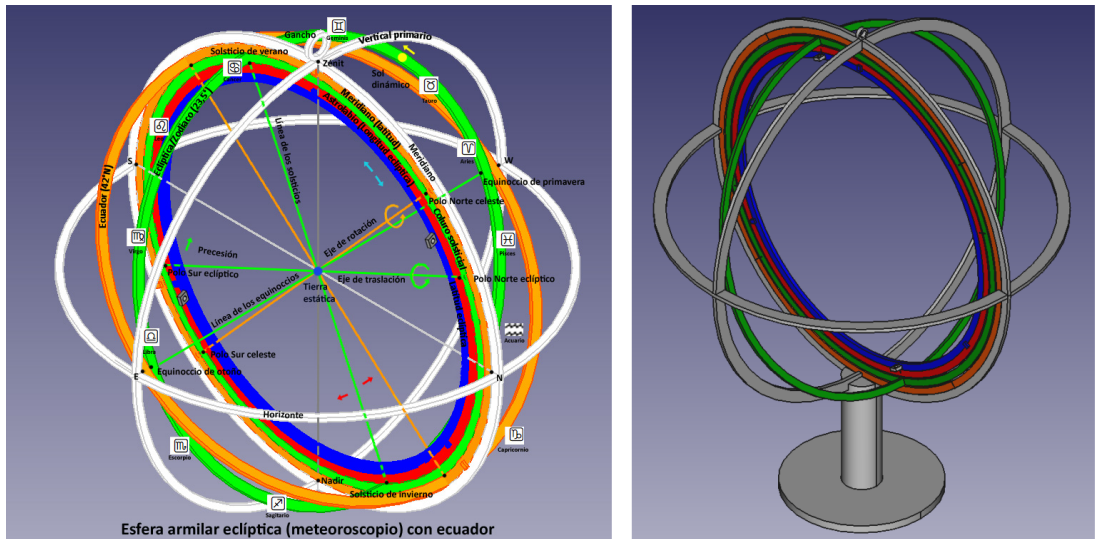


Figura 4. Esfera armilar de Alejandría.

Dice Ptolomeo, como se verá después, que, durante el día, se observan el sol y la luna simultáneamente, varias veces, para así determinar su diferencia de longitud. Para ajustar la posición, se apunta hacia el sol el coluro solsticial, que debe proyectar sombra sobre la totalidad del plano eclíptico. Con la armilla que gira alrededor de los polos de la eclíptica, se calcula, sobre el plano eclíptico, la diferencia de longitud entre el sol y la luna. Con la armilla de latitud comprobamos los grados que se separa la luna del plano eclíptico. Se suma, o resta, la diferencia de longitud entre la luna y el sol a la longitud eclíptica del sol. La longitud eclíptica del sol se puede obtener por medio del grado de avance en la dodecatemoria

correspondiente al día de observación (se encuentra, por ejemplo, en el dorso del astrolabio plano). Tras la puesta de sol, si la luna sale después que el sol, o antes de la salida del sol, si es la Luna la que sale antes que el sol, se determina el ángulo entre la luna y la estrella, o planeta, a medir, con la armilla de longitud eclíptica. Se suma, o resta el valor obtenido al valor de la longitud eclíptica de la luna. Se hace también la medición de la latitud con la armilla de latitud, y se suma, o resta, a la latitud de la luna.



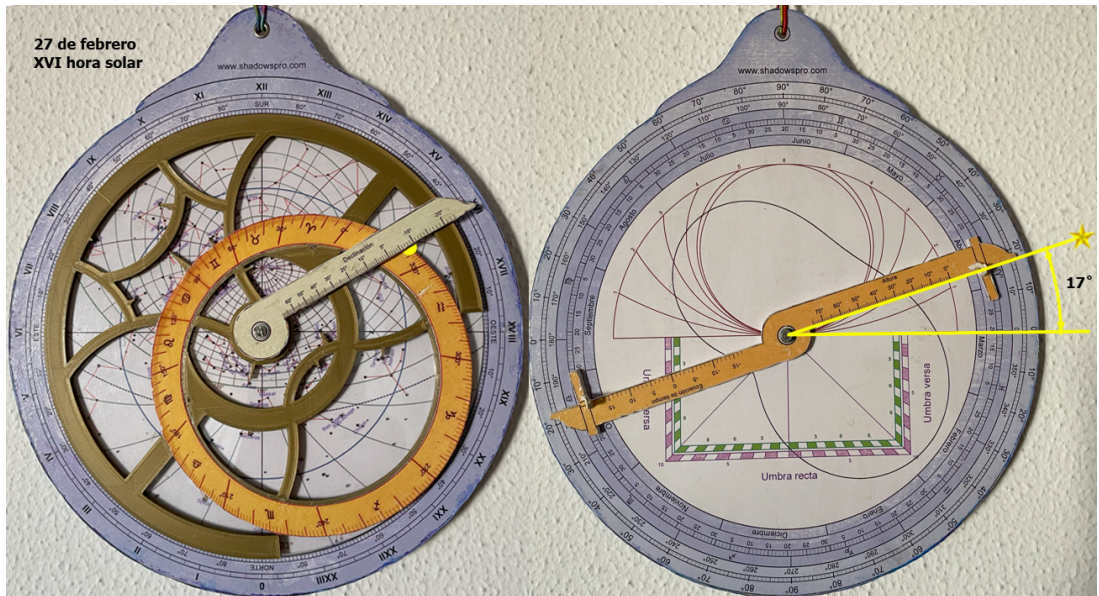
**Figura 5.** Izquierda: Esfera armilar eclíptica (meteoroscopio) con ecuador. Derecha: Esfera armilar eclíptica (meteoroscopio) de ocho anillos, con gancho y pedestal.

### 3.3. El astrolabio plano

El astrolabio plano, también llamado planisférico, deriva del meteoroscopio, representando el cielo en un mapa plano. Se utiliza la proyección estereográfica polar, tomando como punto desde el que se realiza la proyección, el polo depreso, en este caso el polo sur. Ya era conocido desde los tiempos de Hiparco, incluso antes. Fue Hiparco el que desarrolló la proyección estereográfica, que conserva los ángulos, pero no las distancias, que son sólo relativas.

Con referencia al esquema de la Fig. 6, a la izquierda, limbo exterior con las horas iguales, madre con las estrellas representadas en la araña o rete, círculo eclíptico, regla y tímpano o lámina, que representa el horizonte, característico de cada latitud, al fondo. Constelaciones zodiacales del círculo eclíptico, oblicuo, de distinto ancho cada una para que se cumpla el principio de “arcos iguales en tiempos iguales”. Todo ello sujeto a la proyección estereográfica. De los más de 100 usos que se describen de este aparato en algunos tratados, como los “Libros del saber de astrología”, de Alfonso X de Castilla, nos fijamos en dos; uno, como reloj nocturno, o diurno, para resolver las longitudes (horas locales de inicio de un eclipse de luna, medidas simultáneamente en los dos lugares cuya diferencia de longitud se quiere medir); dos, como medidor de ángulos, con la alidada del dorso, para resolver las latitudes. El día 27 de febrero, el sol está en Piscis ♓, longitud eclíptica 338° (ver en el dorso). Este punto se marca con la regla en la eclíptica. La altura del sol en ese instante es 17° (se mide con la alidada del dorso, como se ve a la derecha). Se lleva el punto marcado en la eclíptica al correspondiente almicantarato de

la lámina, hacia el oeste, atardecer, que está a la derecha. La regla en el limbo marca la hora solar, las XVI (16) horas equinociales. En el panel derecho de la misma figura se muestra el dorso del astrolabio. Altura del sol o una estrella medida con la alidada,  $17^\circ$ ; graduaciones de los signos zodiacales  $360^\circ$ ; graduaciones en  $365 \frac{1}{4}$  días del año para obtener la longitud eclíptica del sol; ecuación del tiempo; horas desiguales; y cuadrado de sombra.



**Figura 6.** Astrolabio planisférico de Blateyron – Shadows (“Shadows software, ©François Blateyron, www.shadowspro.com”).

### 3.4. Construcción del astrolabio (Almagesto)

De la Composición Matemática, de Claudio Ptolomeo, Libro V, Capítulo I:

*Tomando dos círculos bien formados alrededor, con cuatro caras perpendiculares, de las mismas proporciones en su tamaño, perfectamente iguales y parecidos entre ellos, los arreglamos de una manera que se cruzan en ángulo recto con un diámetro común. Uno representa la eclíptica, y el otro el meridiano que pasa por los polos de la eclíptica y por aquellos del ecuador. En este meridiano, tomando con el lado del cuadrado inscrito, los puntos que fijan los polos de la eclíptica; y poniendo en estos puntos, unos cilindros que salen afuera y adentro, por aquellos de afuera pasamos otro círculo cuya concavidad se adapta perfectamente a la curvatura convexa de los dos círculos en el mismo encerrado, y que puede moverse en la dirección de la longitud, girando sobre los polos de la eclíptica. A los cilindros del interior, también adjuntamos otro círculo cuya convexidad se abraza por la concavidad de los dos primeros, y que también gira en longitud alrededor de los mismos polos con el círculo exterior. Este círculo exterior y el que representa la eclíptica, dividida en 360 grados de circunferencia ordinaria, y cada uno de estos grados en tantas subdivisiones como ella puede recibir, hemos adaptado dentro de este círculo interno, otro círculo más pequeño, que se desliza por su borde convexo en la concavidad de este círculo interno, y que lleva dos pínulas prominentes y diametralmente colocadas, para que se*

*pueda poner en movimiento en el plano del círculo interior hacia cualquier polo para observación de las latitudes. Todo esto así dispuesto, en el círculo que se concibe para pasar por los polos de la eclíptica, tomando después desde cada uno de los polos del zodiaco, el intervalo que se ha mostrado entre polos de la eclíptica y del ecuador, los puntos extremos de estos intervalos diametralmente también opuestos el uno al otro, los fijamos, como al principio de este tratado en un meridiano similar para las observaciones del arco del meridiano entre los trópicos, de modo que nuestro astrolabio siendo puesto en la misma posición que este instrumento, es decir perpendicular al plano del horizonte, y erigido siguiendo la altura del polo para la supuesta localización terrestre, y todo a la vez paralelo al plano del meridiano natural, los círculos internos podrían dar la vuelta a los polos del ecuador de oriente a occidente, de acuerdo con el primer movimiento del universo.*

*Estando el instrumento así colocado, todas las veces que el sol y la luna pudieron ser vistos al mismo tiempo por encima del horizonte, ponemos el círculo exterior en el grado donde encontramos más o menos que el sol estaba en ese instante, y hacemos girar el círculo que pasa por los polos, de manera que la intersección de los círculos siendo girada justo hacia el grado del sol, los dos círculos, a saber, el de la eclíptica y el que pasa por los polos de esta, se hacen sombra; o de manera que si fuera una estrella que viéramos, aplicando uno de los ojos en uno de los lados del círculo exterior dirigido hacia el grado en cuestión de la eclíptica, esta estrella se nos aparecería en el lado opuesto y en el mismo plano del círculo, como pegada a las superficies de los dos círculos. Entonces dirigimos el círculo interno hacia la luna, o hacia el astro, en cuestión, podríamos ver al mismo tiempo, la luna o el astro, objeto de nuestras investigaciones, por los dos pináculos del círculo más pequeño incrustado en el círculo interno.*

*Así encontramos el lugar que el sol u otro astro ocupa en longitud sobre la eclíptica, hasta el punto de la intersección de este círculo con el círculo interior del astrolabio correspondiente en el punto análogo del círculo externo; y en grados desde este círculo, la distancia desde la luna o el otro astro sobre la eclíptica, ya sea hacia las osas o hacia el mediodía, como sobre el círculo exterior, por medio de la división del círculo interno del astrolabio y por el intervalo desde el medio del pináculo del círculo más pequeño que hacemos deslizar en este círculo interno hasta la mitad de la línea de intersección de este círculo y de la eclíptica.*

### **3.5. Método para describir las estrellas fijas (Almagesto)**

De la Composición Matemática, de Claudio Ptolomeo, Libro VII, Capítulo IV:

*Observaciones semejantes hechas sobre estas estrellas y sobre otras más notables por su brillo, las comparaciones entre ellas, y las distancias reconocidas constantes entre las que hemos examinado y todo lo demás de las fijas, nos hacen ver como cierto el movimiento de la esfera de las fijas al oriente de los puntos trópicos (solsticiales y equinocciales), tanto como este espacio de tiempo nos puede asegurar; y que este movimiento tiene lugar alrededor de los polos del círculo oblicuo medio del zodiaco, y no alrededor de los del ecuador, es decir no alrededor de los del primer móvil (de oriente a occidente). Hemos, por lo tanto, considerado conveniente informar las observaciones de cada una de estas estrellas y de todas las demás fijas, así como sus descripciones, y sus lugares en longitud y latitud marcadas tal como son en nuestro tiempo relativamente, no al ecuador, sino al círculo medio del zodiaco, en los círculos máximos que pasan por los polos de este último y por cada una de estas estrellas, por medio de las cuales, en consecuencia a la hipótesis del movimiento que he expuesto, los lugares de estas estrellas en latitud relativas al círculo medio del zodiaco, se verán necesariamente siempre los mismos; y por sus progresiones en longitud según la secuencia de constelaciones, describirán arcos iguales en tiempos iguales. Sirviéndonos, también, del mismo instrumento, cuyos círculos giran alrededor de los polos de la oblicua, observamos tantas estrellas como nos ha sido posible ver, hasta aquellas de sexta magnitud. Y fijando siempre al punto adecuado uno de estos círculos dirigidos a una de las estrellas comparadas con la luna apuntábamos el otro, que está graduado, y puede moverse en el sentido de la latitud, al*

*mismo tiempo que puede girar por medio del primero alrededor de los polos de la oblicua, hacia la estrella que era el objeto de nuestra observación, hasta que la veíamos a través de los agujeros de las pínulas de este segundo círculo. Por este medio, el astrolabio nos hacía pronto conocer las progresiones de la estrella observada; porque el lugar de esta estrella se encontraba determinado en longitud por la intersección del primer círculo y el oblicuo contiguo, y en latitud por el arco incluido en este mismo primer círculo, entre esta intersección y el punto donde podíamos ver esta estrella.*

*Para exponer, de acuerdo con esto, las constelaciones de la esfera sólida, hemos hecho de todas las estrellas fijas, una tabla en cuatro columnas: hemos establecido para cada una de las constelaciones en la primera columna, sus figuras; en la segunda, los lugares de los doce signos del zodiaco en longitud, reducidos según observaciones, al principio del reinado de Antonino, siendo el zodiaco dividido en cuatro partes iguales que comienzan en los puntos trópicos y equinocciales; la tercera columna contiene las latitudes respectivas de las estrellas, tanto meridionales como boreales, y la cuarta, los órdenes de magnitud de cada estrella. Las latitudes siempre permanecen iguales, pero los lugares en longitud pueden encontrarse fácilmente para otros tiempos, a razón de un grado por 100 años, restaremos el número apropiado de grados, del que está marcado en la tabla, en proporción al tiempo transcurrido entre la época de esta tabla y el momento en el cual buscamos el lugar, si se trata de encontrarlo para un tiempo pasado y lo sumaremos, al contrario, si se trata de obtenerlo para un tiempo futuro.*

*Es preciso saber que hemos distinguido las partes de las figuras, según la posición de las constelaciones, y según los lugares que ocupan en cuanto a los polos del zodiaco; porque decimos que una estrella es siguiente o anterior, dependiendo de si está más o menos avanzado (hacia el oriente); y decimos que es boreal o austral dependiendo del polo del cual está más cerca.*

*Para las estrellas no hemos seguido exactamente las distinciones de lugares que les asignaron nuestros predecesores, del mismo modo que ellas mismas no estaban sujetas a las que estaban en uso antes que ellas; pero les dimos otros más adaptados a la conformación regular de las figuras. Así, las que Hiparco puso en los hombros de la Virgen, las llamamos estrellas de sus costados, porque nos parecían más alejadas de las de la cabeza que de las de las extremidades de las manos; y por lo tanto como se ajustan a los costados, no se ajustan bien a los hombros. Además, comparando las ubicaciones descritas de estas estrellas será fácil reconocer aquellas que tienen una configuración diferente. Aquí ahora está la tabla de estas estrellas.*

## **4. Metodología y desarrollo**

### **4.1. Constelaciones Ptolemaicas - Proyección Plate Carrée**

Se han obtenido los gráficos mostrados en el [Material Suplementario 2](#), a partir de las 1022 coordenadas (al contarlas nos salen 1028), longitudes y latitudes eclípticas, y las 48 constelaciones, de los textos del Almagesto que figuran en la Bibliografía, monitorizándolas en su totalidad en hoja de cálculo Excel, por medio de gráficos de burbujas. Las longitudes y latitudes eclípticas ptolemaicas se exponen en el [Material Suplementario 3](#).

### **4.2. Constelaciones Ptolemaicas - Proyección Azimutal Equidistante**

El gráfico de la Fig. 7 se ha hecho con un programa en Python/Cartopy, procesando un fichero con las longitudes y latitudes eclípticas ptolemaicas (ver código en GitHub). La longitudes eclípticas son crecientes desde el primer punto aries, abajo, al centro, hacia la izquierda. Las figuras representan, de forma aproximada, las constelaciones, con el polo eclíptico en el centro.

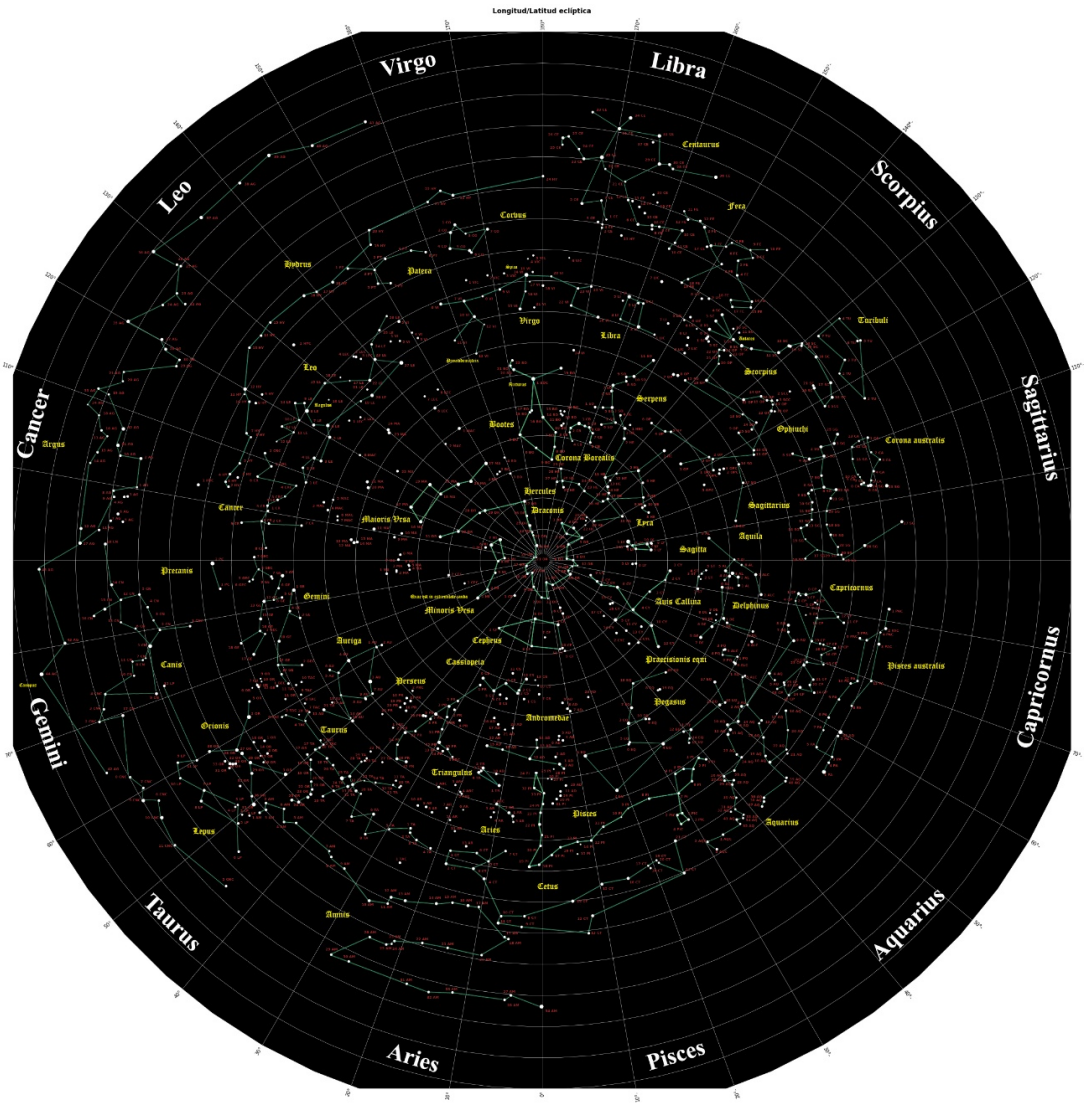


Figura 7. Representación de las constelaciones Ptolemaicas realizada en Python/Cartopy.

#### 4.3. Lugares de las fijas de los doce signos, hasta 10° de latitud, y a la cuarta magnitud, de Teón de Alejandría - Proyección Plate Carrée

Se han realizado (ver [Material Suplementario 4](#)), por el mismo método y monitorizando las 175 estrellas, las doce figuras de las constelaciones y estrellas (Libra y Escorpión aparecen agrupadas) de los Lugares de las fijas de los doce signos, Hasta diez grados de latitud, y a la cuarta magnitud, que aparecen en los “Comentarios de Teón de Alejandría sobre el libro III del Almagesto de Ptolomeo. (Seguido de) Tablas manuales de los movimientos de los astros” ([Material Suplementario 5](#)), en proyección Plate Carrée. Estas fueron realizadas por Teón (e Hipatia) de Alejandría, unos doscientos cincuenta años después de Ptolomeo. Ambos son simples comentaristas de Ptolomeo, y sus cálculos están basados en los de este, pero tomaron como origen de coordenadas para la ubicación de sus estrellas Cor Leonis



(Regulus), igualmente en coordenadas longitudes y latitudes eclípticas. Esto tal vez lo hicieron porque se consideraba una estrella fácil de localizar e iban dirigidas fundamentalmente a los astrólogos, para facilitar su trabajo.

#### 4.4. Ruedas de estrellas de los “Libros del Saber de Astrología” de Alfonso X

Dice el Prólogo del Libro de las Estrellas de Alfonso X de Castilla (el sabio):

*En nombre de Dios amen. Este es el libro de las figuras de las estrellas fixas que son en el ochauo cielo, que mandó trasladar de caldeo et de arábigo en language castellano el Rey D. Alfonso. fijo del muy noble Rey Don Fernando, et de la noble Reyna Donna Beatryz. et Sennor de Castiella. de Toledo, de Leon, de Gallicia. de Seuilla. de Córdoba, de Murcia, de Jahen. Et dell Algarbe; et trasladólo por su mandado Yhuda el Coheneso. su alphaquin. et Guillen Arremon Daspa. so clérigo. Et fué fecho en el quarto anno que reyno este Rey sobredicho, que andaua la era de César en mil et doszientos et nouenta et quatro annos.*

*Et después lo endreçó. et lo mandó componer este Rey sobredicho. et tolló las razones que entendió eran soueianas. et dobladas, et que non eran en castellano drecho. et puso las otras que entendió que complian. et quanto en el language endreçólo él por sise. Et en los otros saberes ouo por ayuntadores. á maestre Joan de Mesina. et á maestre Joan de Cremona. et á Yhuda el sobredicho. et á Samuel; et esto fue fecho en el anno 30 del su reinado. y en la era de Cesar en 1314 años. Y la de nuestro Señor JesuCristo en 1276 años.*

Y en cada una de las ruedas de estrellas, donde se representan las estrellas de cada constelación, repartidas en 46 constelaciones, dice:

*Rueda de las estrellas fixas que son en la ossa menor con enadimiento de .XVII. Grados Et .VIII. Menudos sobre las del almaieste en longura.*

El decir, las Ruedas de Estrellas de Alfonso X de Castilla no constituyen un verdadero catálogo de estrellas, sino que son las mismas que las del Almagesto de Ptolomeo, aunque en realidad son 1017 estrellas, unas pocas menos, giradas en longitud eclíptica  $17^{\circ} 8'$ , que es lo que se suponía, en esos tiempos, que era el giro en longitud eclíptica, por la precesión de los equinoccios, en los 1138 años que median, aproximadamente, entre la publicación del Almagesto y la publicación de los “Libros del Saber de Astrología”. Las coordenadas (ver [Material Suplementario 6](#)) se representan igualmente en longitudes y latitudes eclípticas. Al lado aparecen anotaciones astrológicas.

En Toledo había varias esferas armilares eclípticas. Uno de los Libros trata de las armillas, escrito por Rabicag, y en él se explica como debe realizarse su construcción. Aparece dibujada una esfera armilar eclíptica, con gran precisión y minuciosidad, incluso por piezas. También se explica con detalle su funcionamiento. El diámetro de sus armillas era de metro y medio a dos metros de longitud. También tenían un notable conocimiento de la teoría y construcción de los distintos tipos de astrolabios; plano, redondo, etc. Se explican las decenas de funcionalidades que tenían cada uno de estos aparatos. Las figuras de las constelaciones alfonsíes son, practicamente, las mismas que las ptolemaicas, siendo su número de 46, dos menos que las de Ptolomeo, porque agrupa, en dos grupos, cuatro de ellas. Las coordenadas de las estrellas (obviando el giro en longitud eclíptica) son casi las mismas, con pequeñas diferencias. Hay algunos errores en la copia. Se citan “las estrellas nublosas et cárdenas que non nombró Ptolomeo”, que son cinco, entre ellas la galaxia de Andrómeda (en el hombro izquierdo de la mujer encadenada), y la nebulosa de Orión (en la cabeza). Se hicieron mediciones, con las esferas armilares que había en Toledo, rectificando la posición de catorce estrellas, “hacia el año de 1260 de la Era Cristiana”. Es de notar que en la latitud de Toledo, de  $39^{\circ}$  aprox., no son visibles algunas de las estrellas que

aparecen en el Catálogo de Estrellas del Almagesto, ya que Alejandría tiene una latitud más al sur, 31°. Esto sucede en algunas estrellas, como Canopus, de la Constelación del Navío, que no es posible ver, en ningún momento del año, desde Toledo, pero si aparece en la correspondiente Rueda de Estrellas.

Se ha monitorizado la totalidad de las constelaciones de las Ruedas de Estrellas de Alfonso X de Castilla, pero no se reproducen, porque se considera que es innecesario hacerlo.

#### 4.5. Constelaciones J2000 – Proyección Plate Carrée

En los gráficos de burbujas del [Material Suplementario 7](#), generados con hojas de cálculo Excel, se representan veinte constelaciones bastante características en coordenadas eclípticas J2000, longitudes y latitudes, con las estrellas que son más representativas de las mismas. Asimismo se incluye una figura que representa las doce constelaciones zodiacales J2000, en coordenadas ascensiones rectas y declinaciones.

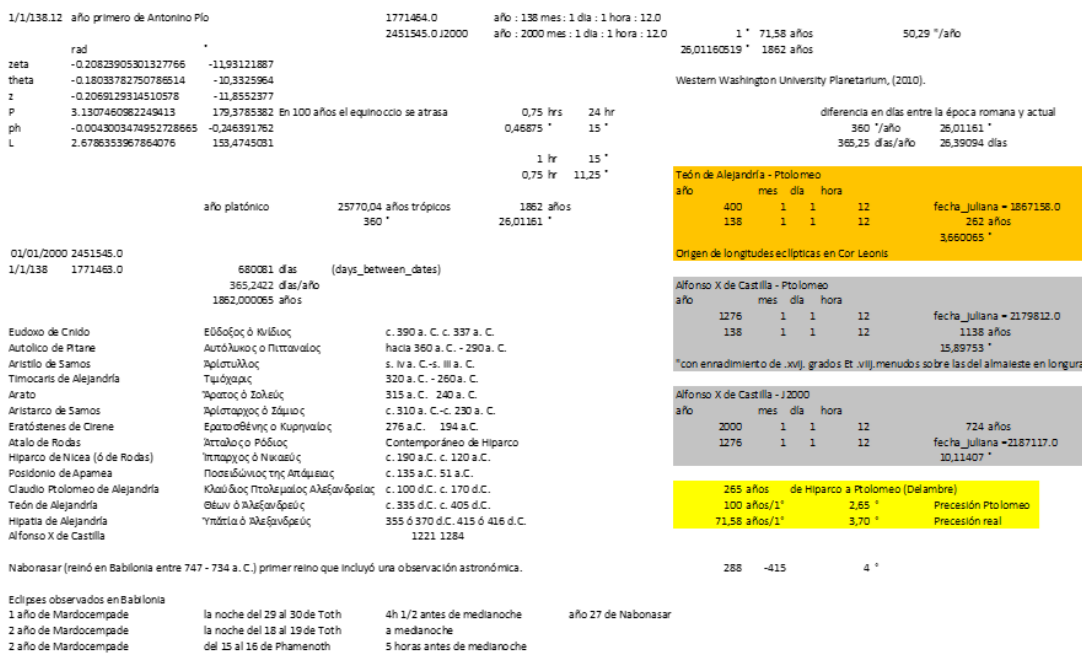


Figura 8. Cálculos del efecto de la precesión de los equinoccios.

#### 4.6. Giro debido a la precesión de los equinoccios

Tomamos como Época, o Era, de los cálculos de Ptolomeo, la del año primero de Antonino Pío, año 138 d.C., primer día del primer mes, a las 12 hrs. La época J2000, es del primer día del primer mes del año 2000, a las 12 hrs. La precesión tiene un valor actual de 1° cada 71.58 años, o bien 50.29/año, aproximadamente, suponiéndola constante en todo el tiempo hasta la épocas romana (y griega). Esto supone un giro de 26.01160519° en los 1862 años que median entre ambas épocas, puesto que el año platónico es de 25770.03591 años trópicos, y la precesión terrestre se completa en 360°. La diferencia de precesión, en días, entre la época romana y J2000 es 26.3909411 días, ya que 360°/año y 365.25 días/año.

La precesión de Hiparco a Ptolomeo, 265 años, es de

2.65°, 100 años/1°, según Ptolomeo.

3.70°, 71.58 años/1°, Precesión real.

Según el Almagesto, el primer reino en el que se realizó una observación astronómica, que haya quedado registrada, fue el de Nabonasar (reinó en Babilonia entre 747 y 734 a.C.).

Con el paso del tiempo, se produce el movimiento, o precesión, de los puntos solsticiales y equinocciales en dirección de las longitudes eclípticas decrecientes, con el consiguiente crecimiento de las longitudes eclípticas de las estrellas. Las posiciones relativas de las mismas se mantienen estacionarias, salvo en lo que se refiere al movimiento propio, que se realiza en direcciones dispares, característico de cada una de las estrellas, aunque es posible reunir las en grupos, afectados por movimientos semejantes. Esto produce pequeñas variaciones tanto en longitud, como en latitud, eclípticas. Véase la Fig. 8 para más detalles.

#### **4.7. Constelaciones Ptolemaicas/J2000 - Proyección Plate Carrée**

Se ha realizado una comparación, por medio de un programa en Python/Cartopy de las coordenadas eclípticas, longitudes y latitudes, de veinte constelaciones ptolemaicas (en color blanco) con otras tantas en coordenadas J2000 (en color azul), giradas 26.01° (1862 años), hacia tiempos más antiguos. Se observa el error sistemático antes mencionado de 1.05°. Ver [Material Suplementario 8](#).

#### **4.8. Constelaciones Ptolemaicas/J2000 - Proyección Azimutal Equidistante**

La Fig. 9 muestra una comparación, en proyección azimutal equidistante, de las estrellas, en coordenadas ptolemaicas, longitudes y latitudes eclípticas, en color blanco, con respecto a las estrellas de las veinte constelaciones J2000 elegidas, giradas las longitudes eclípticas 26.01° (1862 años), hacia tiempos más antiguos, es decir, llevadas hacia la derecha, longitudes eclípticas menores, en color azul. Las líneas solsticiales y equinocciales serían las correspondientes a la época J138, supuestamente las correspondientes al Catálogo de Estrellas del Almagesto.

### **5. Discusión y resultados**

#### **5.1. Error sistemático en las longitudes eclípticas de las estrellas del Almagesto**

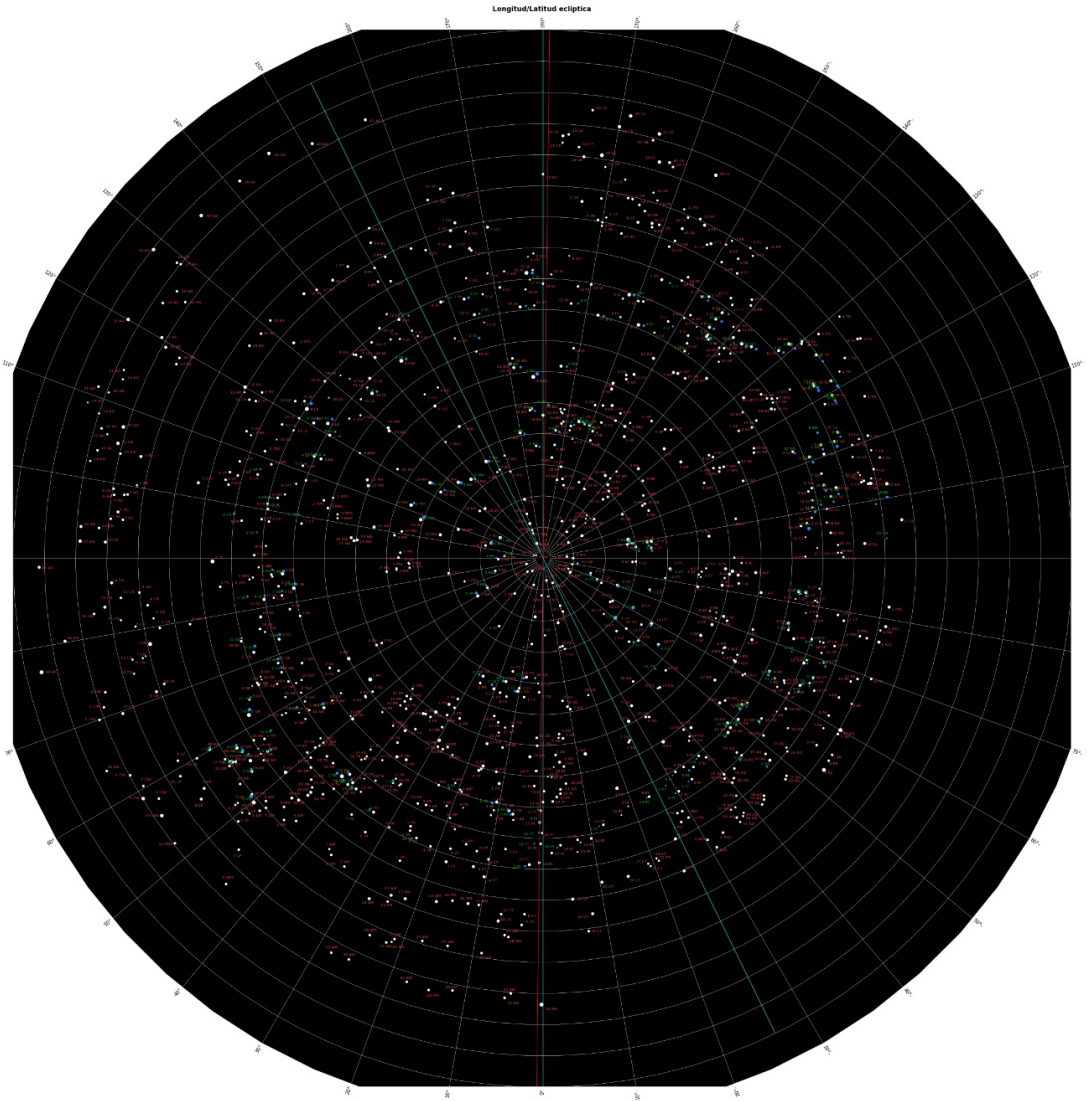
Owen Gingerich, en “Was Ptolemy a fraud?” (1980), dice que:

*...Ahora podemos imaginar que Ptolomeo fue un excelente teórico pero un observador torpe; sin embargo, se despiertan nuestras sospechas cuando descubrimos que la época informada por Ptolomeo concuerda precisamente con una extrapolación de una observación anterior realizada por Hiparco 278 años antes, una extrapolación que depende de la ligeramente larga duración del año a la que llegó Hiparco de manera bastante arbitraria. ¿Inventó Ptolomeo su supuesta observación del equinoccio? Tal vez.*

*Ptolomeo seleccionó de un gran banco de datos sólo aquellas observaciones que se ajustaban a la teoría. Ptolomeo ajustó su teoría a unas pocas observaciones preferidas. Ptolomeo ‘corrigió’ sus observaciones para que estuvieran de acuerdo con una teoría establecida a partir de numerosas observaciones no mencionadas en su obra.*

Robert R. Newton, en “The crime of Claudius Ptolemy” (1977), dice que:

*...La sintaxis ha hecho más daño a la astronomía que cualquier otro trabajo jamás escrito, y la astronomía estaría mejor si nunca hubiera existido. Así pues, Ptolomeo no es el mayor astrónomo de la antigüedad, sino algo aún más insólito: es el fraude más exitoso de la historia de la ciencia.*



**Figura 9.** En blanco las estrellas ptolemaicas. En azul las estrellas J2000 giradas  $26,01^\circ$  hacia tiempos más antiguos. Se ve que estas últimas tienen longitudes eclípticas mayores que las estrellas ptolemaicas, que corresponderían a fechas más antiguas.

Robert R. Newton, en "Comments on Was Ptolemy a fraud by Owen Gingerich" (1980), dice que:

...antes de presentar el catálogo de estrellas, Ptolomeo determina la precesión de los equinoccios, que fue supuestamente descubierta por Hiparco 265 años antes, por tres métodos de observación independientes. Cada método lleva a una precesión de exactamente  $1^\circ$  por siglo, sin embargo, el valor correcto es aproximadamente  $1.4^\circ$  por siglo.

Hiparco preparó un catálogo de estrellas cuya época fue aproximadamente 265 años antes de la época de Ptolomeo; Hay un sesgo de aproximadamente  $1,1^\circ$  en las longitudes en el catálogo de Ptolomeo; si se multiplican 265 años por el error en el valor de la precesión de Ptolomeo, se obtiene un sesgo en



o 4° equinocciales), el punto aries estaba en 1 arietis. 792 años antes (11°), con el primer punto de la constelación de Libra en el equinoccio de otoño.

Ptolomeo calcula unas longitudes eclípticas 1.05° menores, en promedio, que las que corresponden, de acuerdo con los cálculos teóricos. Para el año 138 d.C., año primero del emperador Antonino Pío, de acuerdo con la precesión real, a razón de 1°/72 años, serían las longitudes eclípticas de las estrellas unos 75 años antes, año 63 d.C. Por esta época era Nerón emperador de Roma. Ptolomeo dice, en el Almagesto, que la precesión de los equinoccios es de 1° cada 100 años, menor que la real. Esto presupone una posición de las líneas de los solsticios y de los equinoccios corridas 1.05°, unos 75 años, hacia tiempos más antiguos, lejos de los 265 años que le separan de los cálculos de Hiparco. Sólo avanza, desde esta época, 190 años.

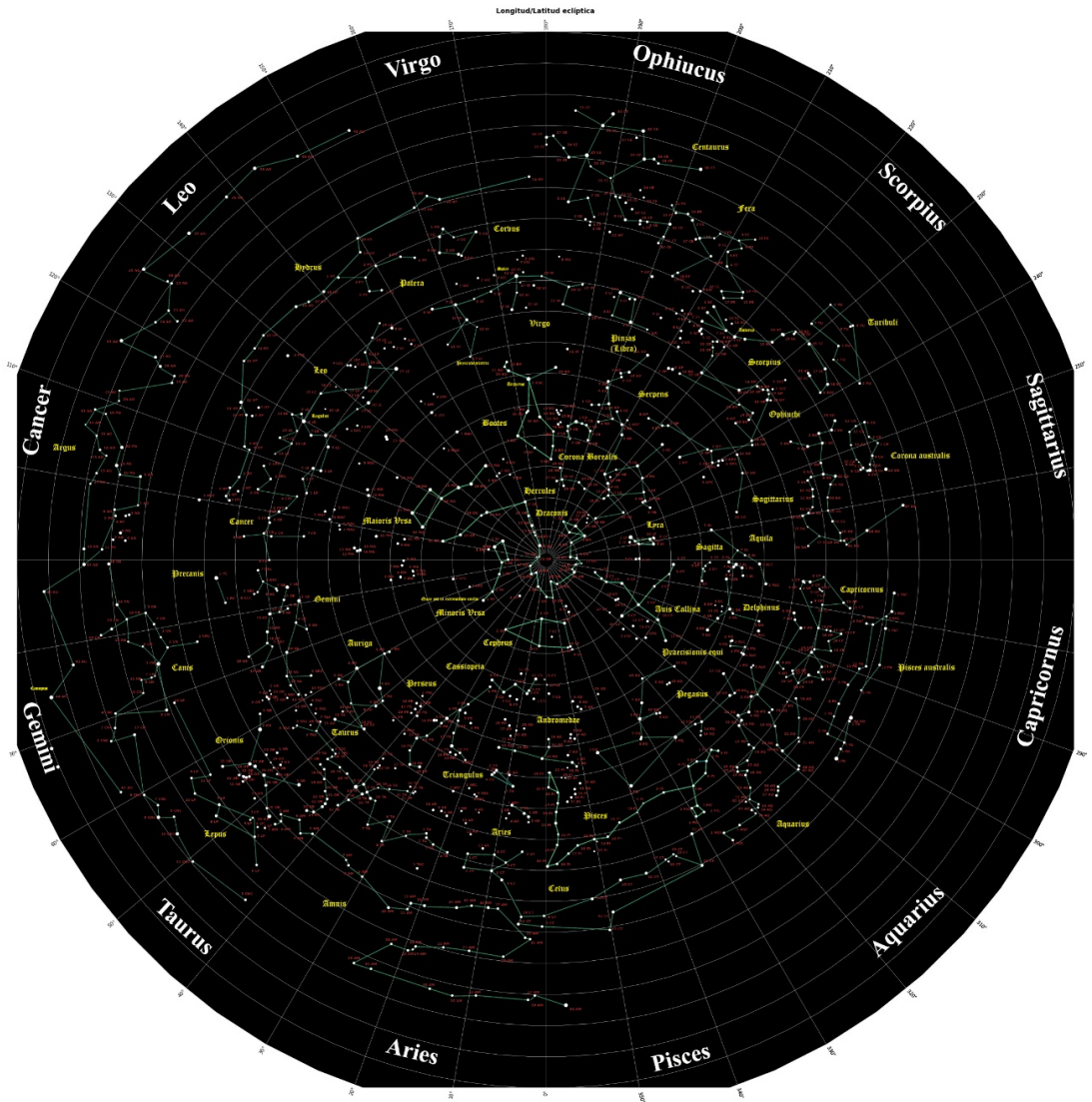
## 5.2. *El catálogo de estrellas de Hiparco - Proyección Azimutal Equidistante*

En el gráfico de la Fig. 11 tenemos las constelaciones y estrellas ptolemaicas giradas hacia tiempos más antiguos, tiempo de Hiparco, 127 a.C., restituyendo los puntos solsticiales y equinocciales a la posición que les corresponde en esta fecha. Esta es la posición de los puntos equinocciales y solsticiales del verdadero Catálogo de Estrellas de Hiparco, retrocediendo en el tiempo mediante un giro de 2.65° desde los puntos equinocciales y solsticiales del mapa de estrellas del Almagesto, en sentido de las longitudes eclípticas decrecientes, para corregir el error de Claudio Ptolomeo. 19 piscium en punto aries. La precesión de Ptolomeo es de 1°/100 años, pero la precesión de Hiparco es de 1°/72 años (más o menos 50''/año según Delambre – Comentarios Aratus latinus), ajustada a la precesión real. Se ha sustituido también el nombre del signo zodiacal, o dodecatemoria, de Libra, que no existía en la época de Hiparco, por el signo zodiacal de Ophiucus, que estaba en su lugar, en la época griega, y en tiempos de Hiparco. Julio César fue el que hizo sustituir el signo de Ophiucus de los griegos por el de Libra, que representaba con la balanza el equilibrio de la ley, la justicia y el civismo de Roma, aunque ya los griegos habían tenido la idea que la parte delantera, las pinzas del Escorpión, representaba una Balanza.

## 5.3. *Conclusión*

El error detectado en las longitudes eclípticas del Catálogo de Estrellas del Almagesto es de, aproximadamente, 1.05°, menores que las que les corresponde en realidad. Sería la longitud de la estrella unos 75 años antes del año primero de Antonino Pío (138 d.C.), lo que nos lleva al año 63 d.C. Ptolomeo dice, reiteradamente, y sin mucho fundamento, en el Almagesto, que la precesión de los equinoccios es de 1° cada 100 años, 34''/año, y no de 1° cada 72 años, unos 50''/año, que era el dato que había calculado Hiparco, coherente con el valor aceptado en la actualidad. Esto presupone una posición de la línea de los equinoccios corrida 1.05° hacia tiempos más antiguos, unos 75 años, lejos de los 265 años que le separan de los cálculos de Hiparco. Es decir, Claudio Ptolomeo se limitó a tomar el Catálogo de Estrellas de Hiparco, con sus longitudes y latitudes eclípticas, calculadas para el año 127 a.C., y girar las longitudes eclípticas un ángulo de 2.65°, obtenido multiplicando el número de años que median entre las observaciones de ambos, 265 años, por el valor que suponía de la precesión de 1° cada 100 años. Ese giro nos lleva no a su año, de 138 d.C., sino al año 63 d.C., con una falta de 75 años, lo que delata su falsedad. Haciéndolas girar, ese ángulo, en sentido contrario, se llevan las longitudes eclípticas del Almagesto al Catálogo de Estrellas de Hiparco.

El Catálogo de Estrellas de Ptolomeo es el verdadero Catálogo de Estrellas de Hiparco, girado 2.65°, que da posiciones estelares, en longitud eclíptica, correspondientes al año 63, no al año 138 d.C., puesto que para llegar a este tendría que haberlas girado 3.69°. Las líneas solsticiales y equinocciales son correspondientes al año 127 a.C., restituyendo las longitudes a este año, sin más que girar 2.65° sus longitudes hacia tiempos más antiguos. La Fig. 12 resume los cálculos.



**Figura 11.** El verdadero Catálogo de Estrellas de Hiparco, con las líneas solsticiales y equinocciales restituidas al año 127 a.C., por medio de un giro de 2,65°, hacia longitudes eclípticas de tiempos más antiguos.

De la misma manera, y, puesto que para construir un Catálogo de Estrellas, con las coordenadas de las mismas en longitudes y latitudes eclípticas, sólo se puede realizar con una esfera armilar eclíptica o meteoroscopio, y no con un astrolabio plano, es lógico pensar que este aparato debe atribuirse a Hiparco, y no a Claudio Ptolomeo.

265 años	median entre las observaciones de Hiparco y Ptolomeo (Almagesto)
1 °	100.00 años precesión del almagesto
1 °	71.58 años precesión real
1.05 °	75 años error de Ptolomeo

Alfonso X	era de Antonino Pío	era de Nerón (9 año)	época de Hiparco
1276	138	63	-127
1276 - 63 =	1213 años	16.95 °	precesión real entre 1276 y 63
1276 - 138 =	1138 años	15.90 °	precesión real entre 1276 y 138
		1.05 °	diferencia = error de Ptolomeo
17 °	8 '	17.13 °	añadimiento sobre las del almagesto en longitud (Ruedas de las estrellas de los libros del saber de astrología)
		1.24 °	error de Alfonso X (se aproxima a la precesión real entre 1276 y 63)

El añadido sobre las del almagesto en longitud de Alfonso X se acerca mas a la precesión entre 1276 y 63 que 138

**Figura 12.** Resumen de los cálculos.

## Agradecimientos

A Enrique Velasco, director del Curso de Cálculo Astronómico de la Federación de Asociaciones Astronómicas de España (FAAE); a Joaquín Álvaro, presidente de la misma; a los otros participantes en el curso, especialmente a Sergio Díaz, y a Hugo González. Gracias a todos por las conversaciones mantenidas, e ideas aportadas, a lo largo de estos dos años.

## Referencias

- [1] Alfonso X de Castilla “El Sabio”. Libros del saber de astrología (Siglo XIII). Compilados, anotados y comentados por Manuel Rico y Sinobas (1864). ANGELUS, JACOBUS. (1.406). Claudius Ptolemæus Cosmographia. Latin 4804. BnF – Gallica.
- [2] Blateyron, F. (2014-2020). Cuadrantes Solares & Astrolabios. Manual de usuario y programa Shadows (1997-2021).
- [3] Claudii Ptolemæi, Almagestum, seu Magnæ constructionis mathematicæ opus plane divinum, latina donatum lingua ab Georgio Trapezunt... per Lucam Gauricum,... recognitum anno salutis M.D.XXVIII labente. Regiomontanus, Johannes (1436-1476). Éditeur: Luceantonii Junta (Venise) Date d’édition: 1496-1528. BnF – Gallica.
- [4] Claudii Ptolemæi Alexandrini. Geographiæ Enarrationis, Libri octo. Latín traducido del griego por Bilibaldi Pirckeymheri. Editor Michæle Villanuouano (1525, 1535, 1541 y 1585). BnF – Gallica.
- [5] Claudii Ptolemæi Alexandrini. Geographia. Griego y latín por Carolus Müllerus. Editor Alfredo Firmin Didot (1.883). BnF – Gallica.
- [6] Dambis, A. K.; Efremov, Yu. N. (2000). “Dating Ptolemy’s star catalogue through proper motions: the Hipparchan epoch”. Journal for the History of Astronomy **31**, 115-134 (2000).
- [7] Deakin, M. A. B. “Hypatia and her Mathematics”. The American Mathematical Monthly, March 1994, Volume 101, Number 3, pp. 234–243.
- [8] Delambre, J.-B. J. (1817). Histoire de l’astronomie ancienne. Paris. BNF - Gallica.
- [9] Dobler, H. R. “The dating of Ptolemy’s Star Catalogue”. Journal for the History of Astronomy **33**, Part 3, No. 112, p. 265 - 277 (2002).
- [10] Gentili, G. Dipartimento di Matematica e Informatica “U. Dini”, Università di Firenze viale Morgagni, 67/A, 50134 Firenze, Italy. Simonutti, L. Istituto per la storia del pensiero filosofico e scientifico moderno C.N.R. Area 3 - Bicocca Milano, via Cozzi, 53, 20125 Milano, Italy. Struppa, D. C. Schmid College of Science & Technology, Chapman University One University Drive, Orange,



- CA 92866, USA. *Journal of Humanistic Mathematics*. Volume 10 | Issue 1 January 2020. "The Mathematics of the Astrolabe and Its History". 2020/1.
- [11] Geus, K. (Freie Universität, Berlin, Deutschland); Tupikova, I. (Lohrmann Observatory, Technische Universität Dresden, Deutschland). *Astronomy and Geography Some Unexplored Connections in Ptolemy*. 2017/1/13.
- [12] Gingerich, O. (abr. 1986). *Astronomía Islámica*. *Revista Investigación y Ciencia* N.º 115.
- [13] Gingerich, O. "Was Ptolemy a fraud?". Harvard Smithsonian Center for Astrophysics, Cambridge, Massachusetts, 02138, USA (1980).
- [14] González Crespán, C. (2023). La constelación de la osa menor en la época romana (El cielo en tiempos de los romanos). *Asociación Astronómica de Vigo*. 2016.
- [15] González Crespán, C. (2023). La *Geographia Geométrica* de Claudio Ptolomeo de Alejandría. XXV Congreso Estatal de Astronomía (FAAE), Zaragoza, 28-30 de abril de 2023.
- [16] Gysembergh, V; Jones, A. Zingg, E. Cotte, P. Apicella, S. "Recuperado el tratado de Ptolomeo sobre el meteoroscopia". *Archive for History of Exact Sciences* (2023).
- [17] Gysembergh, V., CNRS, UMR 8061, Francia; Williams, P. J., Tyndale House, Reino Unido; Zingg, E., Universidad de la Sorbona, Francia. "Nueva evidencia para el catálogo de estrellas de Hiparco revelada por imágenes multiespectrales" (2022).
- [18] Halma, N. *Traité de Géographie de Claude Ptolémée d'Alexandrie*. (1828). BnF – Gallica.
- [19] Halma, N. *Composition mathématique de Claude Ptolémée*. Tome 1 / Tome 2, traduite pour la première fois du grec en français sur les manuscrits originaux de la Bibliothèque impériale de Paris, par M. Halma et suivie des notes de M. Delambre, ... – 1813-1816. BnF – Gallica.
- [20] Halma, N. *Théon d'Alexandrie (0335? - 0405?)*. *Commentaire de Théon d'Alexandrie sur le livre III de l' "Almageste" de Ptolémée*. (Suivi des) *Tables manuelles des mouvemens des astres* [Claude Ptolémée]; trad. du grec par M. l'abbé Halma, 1822-1825. BnF – Gallica.
- [21] Hernández Pérez, A. (2017). *Arte y ciencia en al-andalus: el astrolabio nazarí de alcalá la real*. Departamento de Historia del Arte I (Medieval). Universidad Complutense de Madrid.
- [22] Lewis, M.J.T. *Surveying instruments of Greece and Rome*. University of Hull. Cambridge University Press. (2001).
- [23] Llamazares Gil, A. (abr. 2020). *El Astrolabio*.
- [24] Martínek, J. & Létal, A. (2023) *Astronomically determined localities, the core part of Ptolemy's Geography*, *Journal of Maps*, 19:1. 2195563.
- [25] Newton, R. R. "The strange case of Claudius Ptolemy". Volume 16, Number 2. (1973).
- [26] Newton, R. R. "The crime of Claudius Ptolemy". (1977). Baltimore.
- [27] Newton, R. R. "Comments on Was Ptolemy a fraud by Owen Gingerich". (1980).
- [28] Ponce de León Álvarez, J. M. (1999). *El Astrolabio, un instrumento astronómico de las Edades Media y Moderna*. *Revista de Estudios Provinciais*. Excma. Diputación Provincial de Pontevedra. N.º 14.
- [29] Sidoli, N. & Berggren, J. L. (2007). *The Arabic version of Ptolemy's Planisphere or Flattening the Surface of the Sphere: Text, Translation, Commentary*. Department of Mathematics Simon Fraser University.
- [30] Struppa, D.C. Schmid College of Science & Technology, Chapman University One University Drive, Orange, CA 92866, USA. *Journal of Humanistic Mathematics*. Volume 10 | Issue 1 January 2020. "The Mathematics of the Astrolabe and Its History". 2020/1.
- [31] Surroca, A. (2019). *Azarquiel, el astrolabio y la azafea. su aportación a la ciencia astronómica y a la navegación del renacimiento*. *Real Sociedad Geográfica* (2019). *Revista de Historia Naval* Núm. 144, págs. 9-34.
- [32] Swerdlow, N. M. "The Enigma of Ptolemy's Catalogue of Stars". *Journal for the History of Astronomy*, Vol.23, NO. 3/AUG, P.173, August 1992.
- [33] Toomer, G. J. (1984). *Ptolemy's Almagest Translated and Annotated* by. Duckworth, London.

- [34] Vicente Maroto, M. I. (ago. 1993). Instrumentos matemáticos del siglo XVI. Revista Investigación y Ciencia n.º 207.
- [35] Włodarczyc, J. “Observing with the armillary astrolabe”. Polish Academy of Science. (1987).

## SOFTWARE

# Caso de uso de scripting en Stellarium

Sergio Díaz Ruiz<sup>1</sup><sup>1</sup>Asociación Astronómica Astronomía Sevilla, Spain. E-mail: [sergio.diaz.ruiz@gmail.com](mailto:sergio.diaz.ruiz@gmail.com).**Keywords:** Scripting, Stellarium

© Este artículo está protegido bajo una licencia Creative Commons Attribution 4.0 License.

Este artículo adjunta un *software* accesible en[https://github.com/JCAAC-FAAE/No01-Nov2024-Caso\\_de\\_uso\\_de\\_scripting\\_en\\_Stellarium](https://github.com/JCAAC-FAAE/No01-Nov2024-Caso_de_uso_de_scripting_en_Stellarium)

## Resumen

En nuestros proyectos de cálculo de fenómenos obtenemos como resultado final un conjunto de fechas, entre otros datos de interés. Lejos de terminar aquí, la siguiente tarea, no menos importante y que puede requerir un esfuerzo considerable, es la presentación de los resultados. En este artículo proponemos el uso de Stellarium para este fin. Para ello mostraremos cómo generar desde nuestro programa un script de Stellarium que empaquete las fechas de los fenómenos que hemos calculado. Si bien es posible entregar directamente este script al usuario para que lo ejecute sobre Stellarium, aquí exploramos la opción de que el script capture imágenes de los fenómenos tal como los representa Stellarium, que posteriormente podamos emplear para ilustrar un documento o página web.

## Abstract

In our projects on the computation of phenomena, the final output is typically a set of dates along with other relevant data. However, this is far from the end of the process. An equally important and often time-consuming task is the presentation of these results. In this article, we propose using Stellarium for this purpose. We will demonstrate how to generate a Stellarium script from our program, which organizes the dates of the calculated phenomena. While it is possible to provide this script directly to the user to run in Stellarium, we will explore an alternative approach: using the script to capture images of the phenomena as depicted by Stellarium. These images can then be used to illustrate documents or web pages.

## 1. Introducción

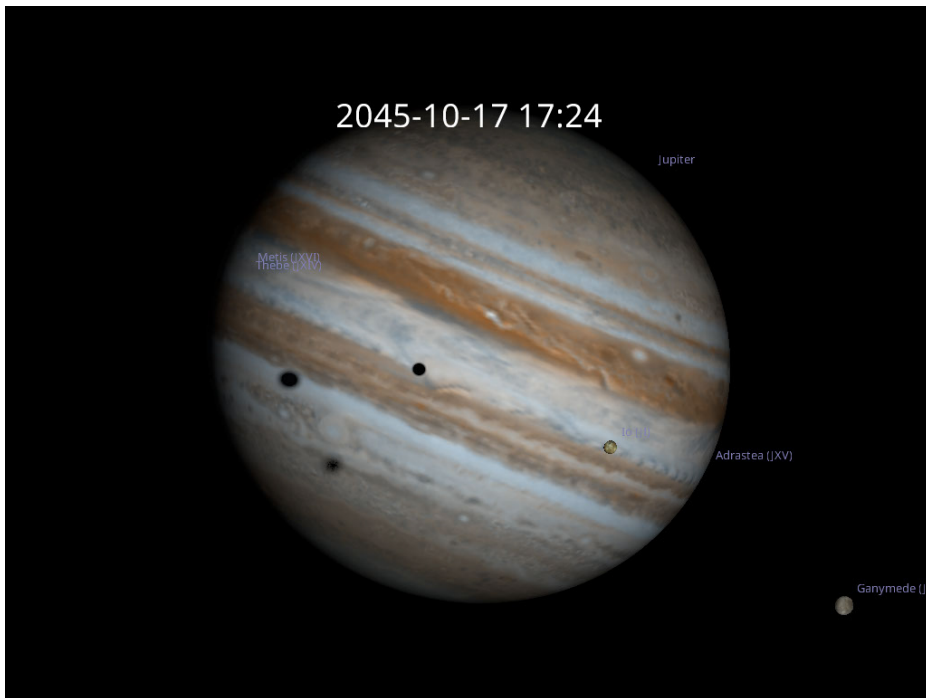
En este artículo partimos de la situación en la que hemos completado el cálculo de cierto tipo de fenómenos, obteniendo una lista con las fechas de interés para la observación de un determinado objeto, por ejemplo, las fechas julianas en las que se producen fenómenos triples<sup>1</sup> de los satélites galileanos, dentro de un intervalo temporal dado.

Queremos crear una visualización de estos fenómenos sin tener que implementar por nuestra cuenta el código para representar gráficamente Júpiter con sus satélites y las sombras que éstos proyectan; en lugar de ello, podemos escribir un script Stellarium que genere una animación<sup>2</sup> o, como detallaremos en este artículo, que haga capturas de pantalla en los instantes de interés, como la mostrada en la figura 1.

Proponemos una plantilla de script Stellarium para visualización de los fenómenos que esencialmente se encarga de centrar el objeto principal y recorrer la lista de fechas de interés capturando la imagen

<sup>1</sup>En los fenómenos “triples” de los satélites galileanos se producen simultáneamente al menos tres fenómenos de tránsito y/o sombra sobre el disco de Júpiter. Las fechas julianas seleccionadas aquí corresponden al instante central del fenómeno. Los fenómenos triples entre 1981-2040 fueron calculados por el célebre Jean Meeus [1] y actualizados por el autor para el periodo 2025-2049 [2].

<sup>2</sup>La animación se puede capturar como vídeo usando ObsStudio, por ejemplo.



**Figura 1.** Ejemplo de fenómeno “triple”, en este caso cuádruple, al involucrar simultáneamente tres sombras y un tránsito. Los observadores situados en la parte sur de la banda ecuatorial y en torno al océano Índico serán los que estén mejor posicionados para observar este caso particular.

generada por Stellarium para cada una de ellas. Al ser una plantilla, la podemos reutilizar en distintos proyectos, simplemente sustituyendo el objeto principal y las fechas de interés.

Si hemos generado la lista de fechas con nuestro propio código de cálculo, podemos extenderlo fácilmente para que también genere directamente el script Stellarium, ya que no es más que un fichero de texto plano. Mostramos un ejemplo de implementación, escrito en python, que podemos integrar en nuestro código para generar los scripts Stellarium a partir de la plantilla y los datos de los fenómenos a representar.

## 2. Scripting en Stellarium

Stellarium [3] contiene un intérprete de javascript compatible con la especificación ECMAScript 2016<sup>3</sup> [4], desde el cual podemos acceder a objetos y métodos con los que controlar la visualización. Basta conocer los conceptos básicos de programación y tener un poco de rodaje con lo más esencial de javascript [5]. Con ello, podemos seguir la sección 17, *Scripting*, de la guía oficial de Stellarium [6]. Cuando necesitemos encontrar qué método llamar y qué parámetros usar para realizar una cierta acción sobre Stellarium, debemos consultar la documentación de referencia del interfaz de programación (API, *Application Program Interface*) [7]. En este artículo cubriremos los métodos necesarios para visualizar los fenómenos de interés.

En Stellarium, pulsando F12 abrimos la consola de scripting, figura 2. En la pestaña "Script" se puede editar directamente el código, que se ejecutará al pulsar ▶. El script se puede salvar en o cargar desde un fichero, que por defecto tendrá extensión .ssc. La consola presenta opciones adicionales, descritas en la guía [6].

<sup>3</sup>Las versiones recientes de Stellarium, en concreto a partir de la 22.3, están basadas en la librería Qt6 e integran el intérprete QJSEngine.

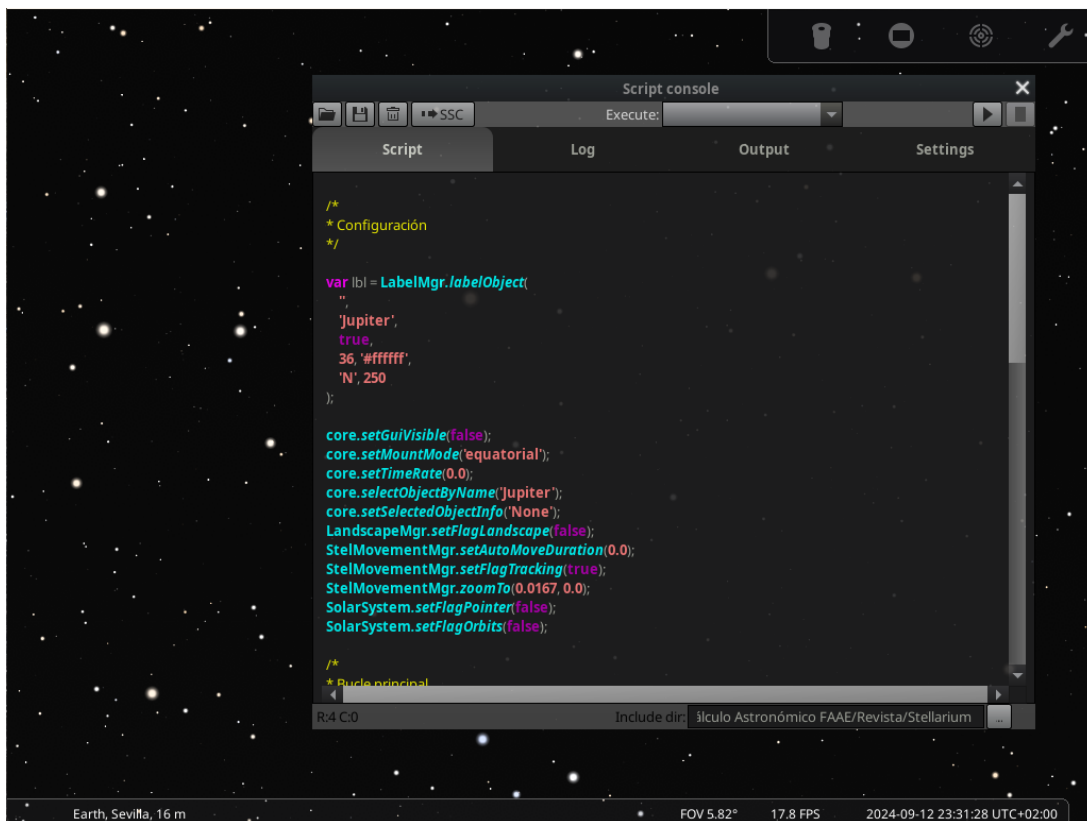


Figura 2. Consola de scripting en Stellarium.

### 3. Plantilla de script para visualización de fenómenos

El script que presentamos tiene tres secciones principales: *configuración*, donde seleccionamos el objeto y preparamos la presentación gráfica; *bucle principal*, donde se realiza el barrido por las fechas de interés, actualizando la vista principal; y *limpieza*, donde deshacemos algunos de los cambios anteriores de cara a devolverle el control al usuario.

El interfaz que nos permite interactuar con la funcionalidad principal de la aplicación es la clase `StelMainScriptAPI`, que ya está instanciada en el objeto `core`. Existen otras clases, tales como `LabelMgr`, `SolarSystem` o `StelMovementMgr`, usadas en este script, que ofrecen métodos estáticos (es decir, se pueden llamar sin instanciar la clase) más especializados para administrar etiquetas en la vista principal, configurar la vista de objetos de sistema solar o el movimiento de la “cámara”, por citar algunos. La descripción de todas las clases y métodos disponibles está disponible en la documentación de referencia del API de scripting [7]. Por tanto, aunque el API de Stellarium está orientado a objetos, el uso que se hace de ellos es muy sencillo, puramente funcional: p.ej., en lugar de tener una función global `zoomTo()` para cambiar el campo de visión, disponemos del método `StelMovementMgr.zoomTo()`. La única excepción es el caso de `StelMainScriptAPI`, cuyos métodos deben ser invocados desde el objeto `core`, p.ej. `core.setDate()` para cambiar la fecha, en lugar de `StelMainScriptAPI.setDate()`.

El script para este caso de uso se comenta línea por línea en el recuadro de la figura 3. Como puede observarse, muchos de los valores literales se han dejado indicados como `{parámetro}`, por lo que el código mostrado es realmente una plantilla y no un script que podamos copiar en la consola y ejecutar

directamente. Esto es intencionado, puesto que nuestro objetivo es generar el script final desde nuestro código, sustituyendo esos parámetros por los valores de interés sobre esta plantilla. Los parámetros son los siguientes:

- `script_name`: usado como prefijo en el nombre de los ficheros de captura de pantalla
- `object_name`: nombre del objeto a centrar, tal como lo indicaríamos en la barra de búsqueda de Stellarium
- `jd_list`: lista de fechas julianas, separadas por coma
- `fov_deg`: tamaño del campo de visión (FoV, *Field of View*), en grados
- `size`: tamaño de la fuente de la etiqueta en la que se mostrará la fecha y hora, en píxeles
- `color`: color de la etiqueta, en notación HTML, p.ej. `'#ffffff'` para blanco
- `side`: 'N', 'S', 'E' o 'W' para indicar la posición de la etiqueta respecto del objeto (encima, debajo, izquierda o derecha, respectivamente)
- `distance`: distancia de la etiqueta al centro del objeto, en píxeles

Por defecto, las capturas de pantalla se guardan en el directorio `Imágenes\Stellarium` (Windows), en el escritorio (MacOS) o en el directorio `home` del usuario (Linux).

#### 4. Generación del script a partir de la plantilla

El código completo del script para visualizar el caso de uso que hemos tomado como ejemplo, los fenómenos triples galileanos, está disponible en el fichero `triple_galilean.ssc` incluido en el repositorio asociado a este artículo.

Este script se ha generado a partir de la plantilla del apartado anterior mediante el código python [8] incorporado al repositorio con el nombre `stellarium_screenshots.py`. En este módulo se define la función `stellarium_screenshots()`, figura 4, que toma como argumentos precisamente los parámetros de la plantilla descritos en el apartado anterior, incluyendo además la ruta donde se almacenará el script resultante. Los parámetros relativos a la presentación de las etiquetas se presentan a la función mediante un argumento opcional de tipo diccionario, para los que, por simplicidad, se han fijado unos valores por defecto en la propia función. En el repositorio se incluye la descripción de cada argumento en formato docstring, habitual para documentar código Python.

En esta implementación, la función `stellarium_screenshots()` tiene almacenada la plantilla como variable local, y esencialmente se encarga de sustituir los parámetros de la misma gracias a la función `str.format()`, empleando un diccionario que asocia a cada parámetro su valor de sustitución. La función `str.format()` requiere que, en la plantilla, los parámetros aparezcan rodeados por llaves, `{parámetro}`: dado que las llaves son también usadas para delimitar bloques de código javascript, es necesario duplicarlas en la plantilla, es decir, `{ y }` deben sustituirse por `{{ y }}`, respectivamente.

Para generar el script `triple_galilean.ssc` basta con invocar esta función usando los argumentos apropiados; por ejemplo, en la figura 5 se muestra el código usado para generar el script de los fenómenos triples galileanos. Tras ejecutar este script en Stellarium, accediendo al directorio de capturas de pantalla recuperaremos las imágenes que representan los fenómenos. En la figura 6 se muestra un fragmento de la página web donde se presentan estos resultados en formato tabular [2], incorporando una columna con las imágenes generadas.

#### 5. Algunas recomendaciones

Cuando estamos desarrollando un script para Stellarium, resulta útil mostrar mensajes indicando el contenido de ciertas variables. Para ello podemos hacer uso del método `core.debug(texto)`, donde `texto` puede construirse concatenando cadenas de texto y variables, p.ej., en el bucle podríamos incluir

```

/*
 * Configuración
 */

var lbl = LabelMgr.labelObject(
    '',
    '{object_name}',
    true,
    {size}, '{color}',
    '{side}', {distance}
);
    + Crea la etiqueta lbl, donde mostraremos la fecha
    + ... inicialmente, vacía;
    + ... asociada al objeto indicado;
    + ... visible;
    + ... con el tamaño de la fuente y color dados;
    + ... con la posición dada respecto del centro del objeto

core.setGuiVisible(false);
core.setMountMode('equatorial');
core.setTimeRate(0.0);
core.selectObjectByName('{object_name}');
core.setSelectedObjectInfo('None');
LandscapeMgr.setFlagLandscape(false);
StelMovementMgr.setAutoMoveDuration(0.0);
StelMovementMgr.setFlagTracking(true);
StelMovementMgr.zoomTo({fov_deg}, 0.0);
SolarSystem.setFlagPointer(false);
SolarSystem.setFlagOrbits(false);
    + oculta las barras de menú y herramientas
    + modo ecuatorial, mantener la orientación del objeto
    + pausa el tiempo
    + selecciona un objeto a partir de su nombre
    + ocultar la información sobreimpresa del objeto
    + ocultar el paisaje
    + desactivar animación al centrar el objeto
    + habilitar el seguimiento (centrar) el objeto
    + fijar FOV (campo de visión), en grados
    + ocultar puntero ("punto de mira" rojo)
    + ocultar órbita del objeto

/*
 * Bucle principal
 */

var jd = [
    {jd_list}
];
    + array con las fechas julianas de los eventos

function getDateHM() {
    return core
        .getDate('local')
        .replace('T', ' ')
        .slice(0, -3);
}
    + función auxiliar para obtener la fecha y hora local
    + devuelve fecha en formato yyyy-mm-ddThh:mm:ss
    + reemplazar 'T' por espacio ' '
    + dejar fuera ":ss"
    + el formato devuelto será: yyyy-mm-dd hh:mm

function display_event(i) {
    core.setJDay(jd[i]);
    LabelMgr.setLabelText(lbl, getDateHM());
    core.wait(0.1);
}
    + función para mostrar el evento de la fecha i-ésima
    + ajustar el reloj a la fecha juliana i-ésima
    + actualizar la etiqueta lbl con la fecha y hora local
    + pequeña espera para que se muestre la etiqueta

const prefix = '{script_name}';
for (var i = 0; i < jd.length; i++) {
    display_event(i);
    core.screenshot(prefix);
}
    + genera un prefijo para las capturas de pantalla
    + bucle principal, barre todas las fechas en jd,
    + mostrando el evento en cada una de ellas,
    + y captura la pantalla en un fichero, usando el prefijo

/*
 * Limpieza
 */
LabelMgr.deleteAllLabels();
core.setGuiVisible(true);
    + elimina la etiqueta
    + vuelve a mostrar las barras de herramientas

```

**Figura 3.** Plantilla para generar el script de capturas de pantalla.

la línea `core.debug('Evento ' + i + ': ' + jd[i])` para mostrar el número de evento y su fecha juliana asociada en la pestaña "Log" de la consola de scripting. En este contexto, el operador '+' se emplea para concatenar cadenas.

En algunos casos, puede ser interesante pausar la ejecución del script hasta que el usuario decida reanudar su ejecución. Esta funcionalidad de interacción básica, prevista en el método `core.pauseScript()`, no funciona en versiones recientes de Stellarium por motivos técnicos [9]. Para suplir esta carencia, proponemos usar la función `pauseUntilPlay()`, incluida en el repositorio, que detiene la ejecución

```

def stellarium_screenshots(path,
    script_name, object_name, jds,
    fov_deg, label_fmt={}):

    stel_screenshots_tpl = """
    ...
    """

    def_label_fmt = {
        "size": 36, "color": "#ffffff",
        "side": "N", "distance": 250
    }

    script_fname = f"{script_name}.ssc"
    jd_list = [str(jd) for jd in jds]
    mapping = (
        def_label_fmt
        | label_fmt
        | {
            "script_name": script_name,
            "jd_list": ",\n ".join(jd_list),
            "object_name": object_name,
            "fov_deg": round(fov_deg, 4),
        }
    )

    script = (dedent(stel_screenshots_tpl)
        .format(**mapping))

    with open(Path(path) / script_fname, "w",
        encoding="utf-8") as f:
        f.writelines(script)

```

← Aquí se inserta la plantilla, sustituyendo { y } por {{ y }}. Esta cadena incluye una indentación que se puede eliminar con dedent()

← Valores por defecto para formato de la etiqueta de fecha/hora

← Nombre del fichero script  
 ← Convertir fechas en cadenas de texto  
 ← Preparación del diccionario para sustitución de valores

← Sustitución de valores sobre la plantilla (tras "des-indentarla")

← Salvar script resultante en fichero de texto, con formato UTF-8

**Figura 4.** Función para generar scripts Stellarium a partir de una plantilla.

hasta que el usuario pulsa el botón de pausa || (que se alterna con ►) en la barra de herramientas inferior. Hay que tener en cuenta que para ello la barra de herramientas debe estar visible, es decir, no debemos ejecutar `core.setGuiVisible(false)`, de lo contrario no podremos pulsar el botón para reanudar el script. No obstante, si nos ocurre esto por error, podemos hacer visible la barra pulsando Ctrl+T.

## 6. Conclusiones

La visualización gráfica de los fenómenos que calculamos puede implicar un trabajo adicional de programación considerable, incluso partiendo de librerías de representación gráfica ya existentes.

En aquellos casos en los que los objetos involucrados estén adecuadamente representados en Stellarium, hemos mostrado cómo haciendo uso de la funcionalidad de scripting de este software, es posible generar ilustraciones que podemos incorporar en la presentación de nuestros resultados de forma sencilla. Para ello hemos desarrollado una plantilla en javascript que puede ser reutilizada en distintos proyectos, proponiendo además una implementación de referencia en python que permite, partiendo de dicha plantilla, generar los scripts para Stellarium indicando esencialmente el objeto principal y la lista de fechas julianas de los fenómenos.

Esta plantilla puede ser adaptada para generar animaciones cortas como la presentada en [2], cubriendo todo el desarrollo de un fenómeno desde principio a fin, para luego pasar al siguiente fenómeno.



```

jds = [
2460967.0585855003,          ← Fechas julianas de los fenómenos
2461386.423732,
2463312.0232595,
2463362.3377175,
2463462.443047,
2463596.925324,
2465306.6901634997,
2465340.340205,
2465490.652805,
2465641.2397775,
2465775.727678,
2467517.125278,
2467986.2149755,
2468171.1002674997,
2468271.1420334997,
]
fov_deg = 1 / 60 # 1 arcmin          ← Fija un campo de 1 minuto de arco

stellarium_screenshots(".",
"triple_galilean",
"Jupiter", jds, fov_deg)          ← Genera el script con el nombre
                                   "triple_galilean.ssc" en el
                                   directorio actual (".")

```

**Figura 5.** Uso de la función para generar el script de fenómenos triples galileanos.

Eventos triples de satélites galileanos, 2025-2049														
Inicio (UTC)	Fin (UTC)	Nº eventos	Concurrentes	Satélites	Eventos	Elong. [°]	Diám. Júp. ["]	Alt. Júp. (ini)	Alt. Júp. (fin)	Alt. Sol (ini)	Alt. Sol (fin)	Simulación (Hora local)		
2025-10-18 10:34	2025-10-18 16:17	10	4	I, II, IV	[S2,T1,S4,T2]	91.2	38.9	33.3	0.8	-24.7	37.9	39.6	15.2	
2026-12-11 18:13	2026-12-12 00:50	10	4	I, II, IV	[T4,S2,S1,T2], [T4,S1,T2,T1]	112.9	40.5	-36.5	-1.5	30.1	-12.9	-59.2	-74.0	
2032-03-20 10:37	2032-03-20 14:17	8	4	I, III, IV	[S4,S3,S1,T1]	63.5	35.5	23.9	7.6	-11.0	44.5	52.8	45.5	
2032-05-09 14:30	2032-05-10 00:24	10	3	II, III, IV	[S4,S2,T3]	107.8	41.4	-47.5	-51.6	-1.3	55.3	-8.8	-34.9	
2032-08-17 19:32	2032-08-18 02:47	10	5	I, III, IV	[T3,T1,S1,S3,T4]	148.2	46.5	18.9	30.6	3.4	-4.6	-33.4	-29.9	
2032-12-30 06:18	2032-12-30 12:02	10	5	I, II, IV	[S4,T2,S2,T1,S1]	27.0	33.2	-35.8	8.6	24.6	-15.2	21.8	29.2	
2037-09-04 23:49	2037-09-05 06:42	10	4	I, II, IV	[T2,T4,S1,T1]	50.5	34.2	-19.2	30.7	56.0	-45.2	-16.8	8.0	
2037-10-08 16:59	2037-10-08 21:56	8	4	I, III, IV	[T4,S3,S1,T1]	78.4	37.2	-24.1	-30.2	-20.0	10.2	-27.2	-46.3	
2038-03-07 23:12	2038-03-08 09:17	10	3	I, III, IV	[S4,T3,T1]	122.2	42.3	55.4	3.5	-29.7	-52.5	-36.7	27.7	

**Figura 6.** Ejemplo de presentación de las imágenes capturadas por el script junto con los datos de los fenómenos de interés.

## Referencias

- [1] Jupiter: triple satellite phenomena, J. Meeus, Journal of the British Astronomical Association bf 112, no.5, 287 (2002).
- [2] Fenómenos triples de los satélites galileanos 2025-2049, S. Díaz, [https://sergiodiaz.eu/blog/20230702\\_galilean\\_triple\\_2049/](https://sergiodiaz.eu/blog/20230702_galilean_triple_2049/)
- [3] Stellarium 24.2, G. Zotti y A. Wolf, <https://www.stellarium.org>
- [4] ECMA-262. ECMAScript 2016 Language Specification, 7th edition, ECMA Script, June 2016, <https://262.ecma-international.org/7.0/>
- [5] Tutorial de javascript (en español y otros idiomas), I. Kantor, <https://es.javascript.info/>.  
*Nota:* Aquellas características del lenguaje donde aparece la nota “adición reciente” en general no están soportadas en el intérprete de Stellarium.
- [6] Stellarium 24.2 User Guide, G. Zotti y A. Wolf, <https://www.stellarium.org/files/guide.pdf>
- [7] Stellarium 24.2 Scripting Engine, G. Zotti y A. Wolf, <https://stellarium.org/doc/24.0/scripting.html>
- [8] El tutorial de Python (disponible en varios idiomas), Python Software Foundation <https://docs.python.org/es/3/tutorial/index.html>
- [9] Github Issue 766 (2022), Stellarium <https://github.com/Stellarium/stellarium/issues/766#issuecomment-1292604970>

## SECTION

# Astronomical computing

Tomás Alonso Albi<sup>1</sup><sup>1</sup>Starion/European Space Agency, Spain. E-mail: [talonsoalbi@gmail.com](mailto:talonsoalbi@gmail.com).**Keywords:** programación, programming, efemérides, ephemerides, cálculo astronómico, astronomical computing

© Este artículo está protegido bajo una licencia Creative Commons Attribution 4.0 License  
Este artículo adjunta un *software* accesible en <https://github.com/JCAAC-FAAE>

## Presentación

El objetivo de esta sección es desarrollar los fundamentos del cálculo de efemérides astronómicas desde una perspectiva más moderna en comparación con otras fuentes disponibles. Este tipo de cálculos ha sido muy habitual en el pasado en otras publicaciones conocidas como *Sky & Telescope*, pero con el tiempo esta tradición se ha perdido, a pesar de que hoy día las aplicaciones y posibilidades de la programación se han multiplicado. Existen nuevos lenguajes de programación que facilitan el trabajo, y la potencia de los ordenadores permite obtener resultados más precisos y rápidos que nunca. Por otro lado, la mayoría de las fuentes de información disponibles en este campo están escritas en inglés, lo que puede resultar un obstáculo para algunos aficionados.

Por tanto, en esta sección se presentará y explicará en castellano piezas de código que permitirán hacer multitud de cálculos en astronomía. Para no excluir al público anglosajón se incluyen los comentarios del código en inglés, además del resumen al principio del artículo. El lenguaje de programación elegido para presentar el código es Java, que resulta muy verboso y fácil de leer e interpretar, si bien esto depende mucho de cómo se escriba y documente el código. No es necesario que el lector lo escriba por sí mismo, sino que puede ser copiado desde el repositorio de software disponible, para evitar errores de transcripción en las operaciones matemáticas. A lo largo de múltiples artículos veremos desde los fundamentos más básicos como escalas de tiempo y cambios de coordenadas, hasta aplicaciones más interesantes que incluirán obtener la posición precisa del Sol, los planetas, la Luna y otros satélites, y la predicción de eclipses y otros eventos astronómicos. En esta primera ocasión veremos cómo transformar fechas entre nuestro calendario y el día Juliano, que es la base para calcular intervalos de tiempo, y así poder posteriormente obtener las posiciones de los astros.

El objetivo de esta sección no es servir como curso de programación, de manera que partimos de la idea de que el lector ya tiene suficientes conocimientos de programación en un determinado lenguaje como para portar el código a su lenguaje favorito, en el caso de que no sea Java. Históricamente estuvo muy extendido el uso de *Basic*, lo que sigue siendo posible hoy día gracias a las múltiples herramientas de programación gratuitas que existen para tan entrañable lenguaje (algunas como *FreeBasic* muy evolucionadas en comparación con el lenguaje original). Habitualmente los ficheros de código Java se integran en un proyecto utilizando un *Entorno de Desarrollo Integrado*, o IDE en inglés, que facilita mucho el trabajo, permitiendo también el uso del código Java para la programación en dispositivos móviles como Android. El lector es libre de decidir cómo organizar su código y establecer los objetivos que pretenda conseguir con él, pues el código presentado aquí puede utilizarse libremente respetando las normas de distribución del repositorio.

## Presentation

In this section we will develop algorithms to cover from the most basic calculations, like obtaining the Julian day in this first chapter, to more complex ones that will allow us to calculate the positions of the celestial bodies and astronomical events like eclipses and many others. The programming language chosen to present the code is

Java, but the readers are expected to write this code in their preferred language, taking advantage of the software repository to avoid errors in the transcription of the mathematical operations.

The Julian day is basically a continuous count of days, with the day 1 set to January 1, 4713 B.C. at noon (UTC). It was developed by Joseph Scaliger and became soon a very useful system to count the time interval between events. In astronomy is essential to compute how much the celestial bodies have moved in a given interval of time, so the Julian day is used in most calculations. In the code presented, the relevant calculations are located around lines 143 (to obtain the Julian day from a civil date in the Gregorian calendar we use today, or even the old civil Julian calendar if the input boolean is set to true), and from line 53, to do the opposite calculation from the Julian day to the civil calendar. The output in the latter is set automatically to the Julian civil calendar for dates corresponding officially to this calendar, before October, 5, 1582. Inexistent dates in 1582 between October, 5 and October, 14 cannot be used and will throw an error. The code follows the astronomical convention for negative years, so year zero in the program is year one B.C. in the calendar, and the first Julian day belongs to the year number -4712 in the program. The comments included, the results presented in the main program at the end of the Java code, and the many tools available online to obtain the Julian day should be enough for the reader to test the calculations presented here.

## CÁLCULO DEL DÍA JULIANO

El día Juliano o fecha Juliana es básicamente un recuento sucesivo de días propuesto por Joseph Scaliger en 1583, un año después de la reforma del calendario Gregoriano. Está basado en tres ciclos que se utilizaban en el calendario Juliano, de ahí el nombre establecido. El primer día en este recuento se estableció en el 1 de enero del año 4713 a.C., a las 12<sup>h</sup> de Tiempo Universal, por la coincidencia del inicio de los tres ciclos en los que se basa y para poder datar cualquier acontecimiento histórico conocido. El inicio del día se estableció al mediodía solar porque resultaba mucho más fácil determinar este momento que la medianoche, a partir de la elevación máxima del Sol, que coincide con su paso por el meridiano. El lector interesado en saber más puede consultar las páginas de *Wikipedia* [1].

Históricamente el día Juliano se ha utilizado para representar fechas en Tiempo Universal Coordinado (UTC). En nuestros cálculos también haremos esto la mayoría de las veces. La transformación a Tiempo Terrestre la veremos más adelante, si bien no usaremos, por lo general, directamente el día Juliano expresado en esta escala de tiempo. Uno de los problemas con el Tiempo Universal, al entrar en detalles, es la posibilidad de que un determinado año tenga un segundo intercalar, una práctica que dejó de aplicarse hace algunos años. Por simplificación ignoraremos esta posible complicación.

El código que se muestra más abajo puede guardarse en un fichero con el nombre *JulianDay.java* (una clase Java). Contiene tres constructores para crear múltiples objetos que representen fechas diferentes y poder trabajar con los métodos de esta clase u otras que lleguemos a usar en el futuro. Los constructores aceptan como entrada el año, mes, y día en un caso (para una fecha a las 0<sup>h</sup>), en otro un valor numérico tipo *long* que representa el número de milisegundos que han transcurrido desde 1970 en UTC (valor que puede obtenerse fácilmente en múltiples lenguajes de programación), y en el tercer caso un día Juliano. Al establecer una fecha con el constructor se rellenan los valores de los campos de la clase, que incluyen desde el año (*year*) hasta el segundo (*second*). En el código que presentaremos en el futuro se intentará evitar el uso de objetos (la así llamada orientación a objetos) en lo posible, pero en algunos casos este estilo de programación resultará muy útil, motivo por el cual en este código se presenta la clase Java de esta manera, aprovechando la simplicidad del cálculo para intentar que el lector pueda entender este tipo de programación.

La operación más relevante tiene lugar a partir de la línea 143 (método *dateToJulianDay*), que retorna el día Juliano a partir del año, mes y día de entrada. Este método es de tipo estático, lo que significa que puede llamarse directamente sin la necesidad de crear un objeto. También es interesante observar que este método admite como entrada fechas expresadas tanto en el calendario Gregoriano (si se establece el campo *julian* a false), como en el calendario Juliano (utilizado antes de la reforma del calendario), por lo que puede utilizarse para obtener el día Juliano para cualquier fecha que se encuentre en registros

históricos. El valor devuelto se completa posteriormente a partir de la fracción de día transcurrido con la hora, minuto, y segundo, o bien llamando al método *setDayFraction* manualmente. La operación contraria se localiza a partir de la línea 53, que calcula los valores de año, mes, día, hora, minuto, y segundo para el día Juliano de entrada (*jd*). En este método el calendario civil Juliano se utiliza de manera automática cuando la fecha de salida es anterior al 5 de Octubre de 1582. Ambos métodos están basados en la obra *Astronomical Algorithms*, de Jean Meeus [2], que es una de las obras clásicas de referencia en el cálculo de efemérides.

A partir de la línea 158 encontramos un programa de ejemplo para comprobar los resultados, siguiendo la sintaxis de Java para implementar un programa que corre en la propia clase que hace los cálculos. Seguiremos esta misma dinámica en futuros códigos. El programa muestra el uso de los constructores y las llamadas a los métodos desde el lenguaje Java. La llamada al método *toString* está implementada a partir de la línea 130, y en él se hacen llamadas a los métodos *Util.fmt02(int, String)* y *Util.formatValue(double, int)*. Se trata de métodos auxiliares contenidos en el fichero *Util.java*, que el lector puede encontrar en el repositorio de código. Con ellos se formatea los campos enteros de la fecha con dos dígitos, añadiendo un cero antes del valor si es necesario, y también se formatea el segundo con un número limitado de cifras decimales. En el código que presentaremos en el futuro se harán llamadas a otros métodos comunes presentes en este fichero. En cuanto a las operaciones de ejemplo, en total hay tres cálculos de testeo: el primero obtiene el día Juliano para el instante actual (que puede comprobarse con diferentes herramientas en Internet, como la Ref. [3]), el segundo para una fecha concreta en el calendario Juliano, y el tercero es un ejemplo que debe intencionadamente devolver un error, utilizando como entrada una fecha inexistente. A raíz de la reforma Gregoriana del calendario, el día 4 de octubre de 1582 fue el último día del calendario Juliano. Tras éste, el siguiente día fue el 15 de octubre, ya en el calendario Gregoriano. Tal como se indica en los comentarios del encabezado de la clase Java, las fechas intermedias no existen oficialmente. En la práctica la adopción del calendario Gregoriano tuvo lugar en diferentes momentos después de 1582 en cada país, lo que puede complicar la interpretación de las fechas de los acontecimientos históricos, pero el programa propuesto aquí permite obtener la fecha Juliana para fechas civiles arbitrarias, incluidas aquéllas expresadas en el calendario Juliano después de 1582.

Como ejercicio dejamos al lector calcular la fecha civil correspondiente al primer día Juliano. El resultado será el año -4712, que representa el año 4713 a.C. en nuestro calendario. Esto es debido a que matemáticamente pasamos en cierto momento por el año cero, que en el calendario no existe, pero en nuestro programa sí. Otro ejercicio puede ser calcular el periodo de variabilidad de una estrella sabiendo las fechas en que su brillo se encontraba en el máximo o mínimo.

---

```
1 package journal;
2
3 /**
4  * A class to store date/time values with a precision of one second or better.
5  * Support to
6  * retrieve the Julian day number is given for the Gregorian and Julian calendars.
7  * <P>
8  * Selectable dates are not limited in years, but there are some invalid dates (non
9  * existent) in the civil calendar, between October 5, 1582 and October 14, 1582.
10 * <P>
11 * In the constructors and fields the year is entered without considering that year 0
12 * does
13 * not exist (astronomical year). Year 0 is 1 B.C.
14 * @version September, 2024 (first version)
15 */
16 public class JulianDay {
17     /** Instance field */
18     public int year, month, day, hour, minute;
19     /** Instance field */
```

```

19 double second;
20
21 /**
22  * Constructor for a Julian day at 0h
23  * @param y Year
24  * @param m Month
25  * @param d Day
26  */
27 public JulianDay(int y, int m, int d) {
28     year = y;
29     month = m;
30     day = d;
31     hour = 0;
32     minute = 0;
33     second = 0;
34     if (isInvalid()) throw new IllegalArgumentException("Date is invalid");
35 }
36
37 /**
38  * Constructor for a date given as a long value, representing the number of
39  * milliseconds elapsed from 1970, January 1, at 0h UTC
40  * @param t Time from 1970-1-1 in milliseconds
41  */
42 public JulianDay(long t) {
43     setFromJd(JulianDay.dateToJulianDay(1970, 1, 1, false) + t / 86400000.0);
44 }
45
46 /**
47  * Constructor for a Julian day
48  * @param jd Julian day number
49  */
50 public JulianDay(double jd) {
51     setFromJd(jd);
52 }
53
54 private void setFromJd(double jd) {
55     // The conversion formulas are from Meeus, Chapter 7
56     double z = (int) (Math.abs(jd) + 0.5);
57     if (jd < 0) z = -z;
58     double a = z;
59     if (z >= 2299161.0) { // Gregorian
60         int a2 = (int) ((z - 1867216.25) / 36524.25);
61         a += 1 + a2 - (int) (a2 / 4.0);
62     }
63     double b = a + 1524;
64     int c = (int) ((b - 122.1) / 365.25);
65     int d = (int) (c * 365.25);
66     int e = (int) ((b - d) / 30.6001);
67
68     double f = jd + 0.5 - z;
69     double exactDay = f + b - d - (int) (30.6001 * e);
70     day = (int) exactDay;
71     month = e - 1;
72     if (month > 12) month = month - 12;
73     year = c - 4715;
74     if (month > 2) year = year - 1;
75     setDayFraction(exactDay - day);
76 }
77
78 /**
79  * Returns the day fraction, from 0 to 1
80  * @return
81  */
82 public double getDayFraction() {
83     return (hour + minute / 60.0 + second / 3600.0) / 24.0;

```

```

84     }
85
86     /**
87     * Sets the day fraction (to set hour, minute, second)
88     * @param f Day fraction, from 0 to 1 (exclusive)
89     */
90     public void setDayFraction(double f) {
91         double frac = f * 24.0;
92         hour = (int) frac;
93         frac = (frac - hour) * 60.0;
94         minute = (int) frac;
95         second = (frac - minute) * 60.0;
96     }
97
98     /**
99     * Convert this instance of {@linkplain JulianDay} to a Julian day number. Dates
100    * for Gregorian or Julian calendars are handled automatically
101    * @return The Julian day that corresponds to this {@linkplain JulianDay} instance
102    */
103    public double getJulianDay() {
104        return dateToJulianDay(year, month, day, isJulian()) + getDayFraction();
105    }
106
107    /**
108    * Check if the {@linkplain JulianDay} instance contains an invalid date. A date is
109    * invalid between October 5, 1582 and October 14, 1582.
110    * @return true if the date is invalid, false otherwise.
111    */
112    public boolean isInvalid() {
113        return (year == 1582 && month == 10 && (day >= 5 && day < 15));
114    }
115
116    /**
117    * True if the instance represents a date in the Julian calendar, before October,
118    * 15, 1582
119    * @return
120    */
121    public boolean isJulian() {
122        if (year < 1582) return true;
123        if (year == 1582 && month < 10) return true;
124        if (year == 1582 && month == 10 && day < 15) return true;
125        return false;
126    }
127
128    /**
129    * Convert this {@linkplain JulianDay} instance to a String as YYYY-MM-DD
130    * hh:mm:ss.sss
131    * @return A date/time String as YYYY-MM-DD hh:mm:ss.sss
132    */
133    public String toString() {
134        return ""+year + "-" + Util.fmt02(month, "-") + Util.fmt02(day, " ") +
135            Util.fmt02(hour, ":") + Util.fmt02(minute, ":") +
136            Util.formatValue(second, 3);
137    }
138
139    /**
140    * Convert a date (0h) to a Julian Day. See Meeus, Astronomical Algorithms,
141    * chapter 7
142    * @param year The year
143    * @param month The month
144    * @param day The day
145    * @param julian true = Julian calendar, false for Gregorian. If not sure, enter
146    * false
147    * @return The Julian day for the date and calendar specified
148    */

```

```

144 public static double dateToJulianDay(int year, int month, int day, boolean julian)
    {
145     if (month < 3) {
146         year = year - 1;
147         month = month + 12;
148     }
149     int a = year / 100;
150     int b = 0;
151     if (!julian) b = 2 - a + a / 4;
152     return (int) (365.25 * (year + 4716)) + (int) (30.6001 * (month + 1)) + day +
        b - 1524.5;
153 }
154
155 /**
156  * Test program
157  * @param s Not used
158  */
159 public static void main(String[] s) {
160     try {
161         System.out.println("JD TEST 1: GREGORIAN (NOW)");
162         JulianDay jd = new JulianDay(System.currentTimeMillis()); // UTC
163         System.out.println("JD: " + jd.getJulianDay());
164         System.out.println("STR: " + jd.toString());
165         System.out.println("Julian? " + jd.isJulian());
166         System.out.println("Invalid? " + jd.isInvalid());
167         jd.setFromJd(jd.getJulianDay());
168         jd.setDayFraction(jd.getDayFraction());
169         System.out.println("NOW: " + jd.toString());
170
171         System.out.println();
172         System.out.println("JD TEST 2: JULIAN");
173         JulianDay jdJulian = new JulianDay(1582, 9, 15);
174         jdJulian.setDayFraction(0.25);
175         System.out.println("JD: " + jdJulian.getJulianDay());
176         System.out.println("STR: " + jdJulian.toString());
177         System.out.println("Julian? " + jdJulian.isJulian());
178         System.out.println("Invalid? " + jdJulian.isInvalid());
179         jdJulian.setFromJd(jdJulian.getJulianDay());
180         jdJulian.setDayFraction(jdJulian.getDayFraction());
181         System.out.println("NOW: " + jdJulian.toString());
182
183         System.out.println();
184         System.out.println("JD TEST 3: INVALID DATE");
185         new JulianDay(1582, 10, 10);
186
187         /*
188         JD TEST 1: GREGORIAN (NOW)
189         JD:    2460550.127662118
190         STR:   2024-08-27 15:03:50.007
191         Julian? false
192         Invalid? false
193         NOW:   2024-08-27 15:03:50.007
194
195         JD TEST 2: JULIAN
196         JD:    2299140.75
197         STR:   1582-09-15 06:00:0.000
198         Julian? true
199         Invalid? false
200         NOW:   1582-09-15 06:00:0.000
201
202         JD TEST 3: INVALID DATE
203         java.lang.IllegalArgumentException: Date is invalid
204             at journal.JulianDay.<init>(JulianDay.java:33)
205             at journal.JulianDay.main(JulianDay.java:181)
206         */

```



```
207     } catch (Exception exc) {
208         exc.printStackTrace();
209     }
210 }
211 }
```

---

## References

[1] Páginas de Wikipedia:

[https://es.wikipedia.org/wiki/Fecha\\_juliana](https://es.wikipedia.org/wiki/Fecha_juliana)

[https://en.wikipedia.org/wiki/Julian\\_day](https://en.wikipedia.org/wiki/Julian_day)

[2] Astronomical Algorithms, Jean Meeus (Atlantic Books, 1998).

[3] <https://apps.aavso.org/v2/tools/julian-date-converter/>

## SECTION

# Astrometría y fotometría

Ramón Naves<sup>1</sup> and Montse Campàs<sup>2</sup>

<sup>1</sup>Obs. Montcabrer – MPC 213 (Cabrils – Barcelona), Spain. E-mail: [ramonnavesnogues@gmail.com](mailto:ramonnavesnogues@gmail.com).

<sup>2</sup>Obs. Montcabrer – MPC 213 (Cabrils – Barcelona), Spain. E-mail: [mcampast@gmail.com](mailto:mcampast@gmail.com).

**Keywords:** astrometría, fotometría, Astrometrica

© Este artículo está protegido bajo una licencia Creative Commons Attribution 4.0 License

## Presentación

En esta sección trataremos sobre temas relacionados con astrometría y fotometría, haciendo énfasis en diversos programas de uso frecuente por parte del astrónomo amateur. El foco se pone sobre la operativa del uso de los programas, y sobre el motivo de las diferentes etapas en el proceso que conduce a la obtención de una magnitud fotométrica o una posición astrométrica. Comenzamos en este número con el programa ASTROMETRICA que, aunque veterano, sigue siendo muy utilizado en la comunidad.

## Presentation

In this section, we will cover topics related to astrometry and photometry, with an emphasis on various programs frequently used by amateur astronomers. The focus is on the operation of these programs and the reasoning behind the different stages in the process that leads to obtaining a photometric magnitude or an astrometric position. In this issue, we begin with the program ASTROMETRICA, which, despite being an older program, is still widely used in the community.

## ASTROMETRICA

### 1. Un poco de historia

La astrometría es una de las disciplinas científicas más antiguas, tanto como la propia astronomía. Su finalidad estriba en conocer la posición en el cielo, de un astro, para un momento determinado. A ser posible con la mejor precisión que nuestra tecnología ofrezca. Con el paso de los siglos esta disciplina ha ido ganando precisión a medida que la técnica y la instrumentación se han ido refinando. En la prehistoria se hicieron servir alineamientos de piedra (Fig. 1), palos e incluso se construyeron templos con ventanas y o aberturas, para poder efectuar las primeras mediciones de las posiciones del Sol y de la Luna e incluso de los planetas. Aunque la precisión de las medidas de posición estaban muy lejos de los estándares actuales, sirvieron perfectamente, para confeccionar los primeros calendarios, imprescindibles para el desarrollo de la agricultura prediciendo el paso de las estaciones. Ya en época histórica gracias al astrolabio, la precisión de las medidas aumento de forma considerable. Como la precisión aumentaba con el tamaño de los círculos graduados, se llegaron a construir instrumentos con círculos graduados de varios metros de diámetro, como el que usó uno de los mejores observadores astrométricos de su época. Tycho Brahe obtuvo las medidas más precisas de su época Concretamente sus medidas astrométricas del planeta Marte con un error en torno al minuto de arco (recordemos que aun



*Figura 1. Stonehenge, Condado de Wiltshire, Inglaterra – Wikipedia Diego Delso CC BY-SA 4.0..*

no se había inventado el telescopio.) fueron las que posibilitaron que Johannes Kepler pudiera determinar que sus medidas cuadraban mucho mejor si suponía que la órbita de Marte era una elipse en vez de una circunferencia en torno al Sol como se había creído hasta entonces. Todo ello gracias a las excelentes medidas de Tycho Brahe, Kepler pudo enunciar las tres leyes de Kepler.

El siguiente salto de calidad vino con la llegada del telescopio, ello provocó un aumento espectacular de la precisión de las medidas astrométricas. La fotografía con película química y posteriormente con cámaras digitales CCD y CMOS sirvieron para popularizar dicha disciplina en el mundillo de los astrónomos aficionados. Precisiones por debajo del segundo de arco estaban ahora a nuestro alcance.

## **2. Astrometría Actual**

Básicamente, la astrometría que podemos realizar actualmente con nuestros telescopios dotados de cámaras CCD o CMOS se basa en disponer de un buen catálogo estelar, el cual ha sido ya previamente astrometrizado por parte del mundo profesional. Si bien hace más de 25 años los catálogos astrométricos y fotométricos existentes se basaban en el escaneo de placas fotográficas realizadas sobre película química, actualmente disponemos de catálogos astrométricos y fotométricos de mucha mejor calidad. De hecho gracias a la misión Gaia, disponemos de varias versiones del catálogo Gaia que al estar realizado con un telescopio y cámara CCD situado en el espacio, tiene la más alta calidad astrométrica conseguida hasta la fecha.

Para trabajos exclusivamente astrométricos, mi recomendación es usar Gaia DR2 o DR3, es por mucho el mejor catálogo astrométrico. Para trabajos astrométricos y fotométricos, aunque podemos usar Gaia y de hecho para fotometría de cometas sin filtro fotométrico es muy usado, cuando la fotometría con filtros fotométricos sea un requisito a tener en cuenta es mejor usar catálogos astrométricos que, si bien no tienen la calidad astrométrica de Gaia, si tienen una calidad fotométrica mucho mayor por haberse usado varios filtros fotométricos para su creación. Atlas o Apass son ambas una excelente opción actualmente. Catálogos como Usno muy usado en el pasado son ya obsoletos y poco recomendables.

Y bien, valiéndonos de este Catálogo, nuestro trabajo para astrometrizar cualquier astro (típicamente cometas y asteroides), consistirá en un programa que logre comparar y reconocer nuestras estrellas de una imagen obtenida por nuestros medios, con las estrellas del catálogo astrométrico. Recordemos que un chip CCD o CMOS es el equivalente (de hecho mucho más preciso) de una especie de papel

milimetrado. Dicho programa astrométrico se encargará de correlacionar las estrellas de nuestra imagen con las estrellas del catálogo, asignándoles a cada una de ellas las coordenadas celestes, ascensión recta y declinación correspondientes. Correlacionando unas cuantas de ellas podrá asociar a cada pixel (incluso a cada subpixel) unas coordenadas celestes concretas con una altísima precisión. Típicamente son posibles precisiones de una décima de pixel, por lo que si trabajáramos a una resolución de un segundo de arco por pixel, podríamos disfrutar de precisiones del orden de 0.1 segundos de arco, sobre todo en objetos bien muestreados.

Para astrometrizar un cometa o un asteroide, previamente es imprescindible tener claro que hemos sido capaces de capturar el objeto a medir, y que somos capaces de advertir su movimiento respecto a las estrellas de fondo. Necesitaremos una toma de la zona del cielo que contenga el astro a medir y el máximo de estrellas posibles, debemos saber qué momento exacto se hizo la toma, y posteriormente con la ayuda de un buen catálogo estelar identificaremos qué estrellas aparecen en la imagen, que podamos correlacionar con el catálogo, de esta forma podremos saber en qué coordenadas se encuentra el astro, respecto a estas estrellas de referencia (de las que conocemos sus coordenadas exactas gracias al catálogo). Para poder determinar la posición del objeto a estudiar tomaremos como referencia las distancias angulares entre el astro y las estrellas de referencia de la imagen pudiendo determinar así las coordenadas de ese objeto para el momento en que se efectuó la toma de imagen. Dispondremos pues de la astrometría de ese objeto. Repitiendo este proceso, al cabo de un período de tiempo, de horas, días y meses, iremos obteniendo las posiciones de este astro en el cielo, que nos servirán para poder calcular la órbita. A medida que obtengamos más medidas será más fácil calcular una solución orbital para este objeto que sea consistente con nuestras observaciones.

### 3. Para qué sirve

La astrometría aplicada a la observación de estrellas y asteroides nos permite conocer la posición exacta de éstas, en un momento determinado y de esta forma poder calcular sus efemérides, e incluso calcular los parámetros orbitales. Actualmente el Minor Planet Center (organismo dependiente de la IAU) es el encargado de recoger la astrometría que mandan los observatorios astronómicos reconocidos (observatorios con código MPC) para poder determinar o actualizar las órbitas de los diferentes objetos que orbitan en el sistema solar, ya sean estrellas, asteroides o NEOS (objetos cercanos a la tierra). La función de este organismo es tener controlados todos estos astros, a fin de conocer con suficiente precisión sus órbitas con el objetivo de evaluar su peligrosidad, o simplemente para no volver a perderlos en el futuro. La finalidad de esta explicación, es la de enseñar el método adecuado para poder realizar astrometría de un asteroide o estrella, con la suficiente precisión para solicitar un código de observatorio MPC, el cual una vez obtenido nos acreditará a poder enviar nuestras medidas al Minor Planet Center. Estas medidas deben ser enviadas en un formato especial, llamado Formato MPC (nuestras medidas no serán tomadas en cuenta si son enviadas en cualquier otro formato o si contienen errores). Debemos tener en cuenta que el MPC exige medidas con una precisión que no supere el segundo de arco de error.

Los requisitos básicos son:

- Reloj con la hora UTC con precisión de un segundo, existen modelos que se sincronizan por radio para permanecer siempre en el segundo. También es posible poner a la hora el reloj del ordenador a través de internet.
- Telescopio con seguimiento capaz de obtener imágenes CCD de algunos minutos de exposición. Es muy útil disponer de encoders, sistemas Go To, etc., para localizar objetos
- Ubicación del telescopio fija. Todas las observaciones deben estar realizadas desde la misma ubicación (requisito del MPC)
- Puesta en estación precisa

- Es muy cómodo, aunque no imprescindible, poder trabajar con telescopios comandados por ordenador.
- Cámara CCD que permita exposiciones de varios minutos (hoy en día es fácil conseguir magnitudes 17-18 con una CCD normalita y un cielo mediocre)
- Programas informáticos que nos muestren dónde están los asteroides o estrellas. Por ejemplo: The Sky, Giude, Sky Map, etc.
- Programas informáticos para manejar la CCD : Ccdsoft, Astroart, Maxim-DL
- Programas de astrometría : Astrometrica ,FOCAS, Ccdsoft, Astroart, Iris, Charon, Canopus
- Catálogos estelares. Ejemplo: GSC, USNO, UCAC, CMC15, GAIA, ATLAS, APASS . . .
- Debemos disponer de conexión a internet para enviar nuestras medidas al MPC, aunque no hace falta que sea en el mismo observatorio.

10	10	12	24	25	20	15
11	22	25	40	33	22	18
13	24	88	160	100	40	23
16	38	98	200	140	60	26
13	26	70	103	83	50	30
12	14	22	34	23	21	17
8	10	12	12	12	13	13

**Figura 2.** Un ejemplo de ADUs medidos en un área de  $7 \times 7$  pixeles, con una estrella centrada. El máximo corresponde al centro del área, pero el ajuste de los datos a una función gaussiana mejora considerablemente la precisión en la estimación de la posición..

El MPC exige medidas con una precisión de al menos un segundo de arco, por lo que deberemos adecuar la focal de nuestro telescopio según el tamaño de los pixels de la ccd que tengamos. Lo recomendable es trabajar en una resolución entre 2 y 3 segundos de arco por píxel, lo que nos permitirá, en la práctica, obtener precisiones del orden una decena de este valor del tamaño angular del píxel. La fórmula que relaciona la resolución con el tamaño del píxel es:

$$\text{Resolución en segundos de arco} = 206.265 \times \frac{\text{tamaño píxel en } \mu\text{m}}{\text{distancia focal en mm}}$$

Demos unos ejemplos:

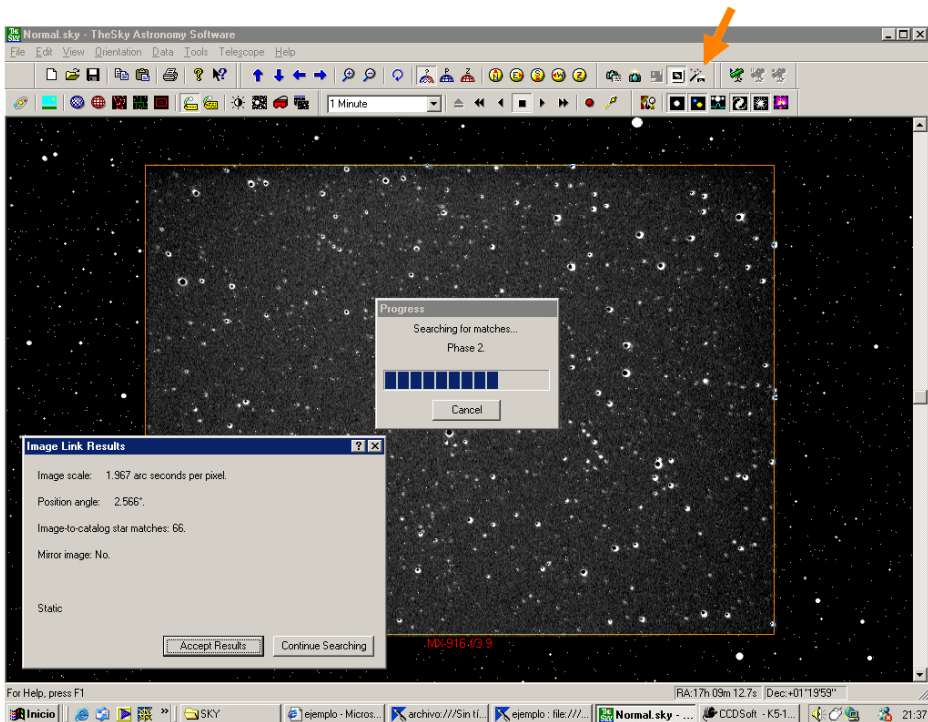
- Una cámara CCD MX916 con tamaño de píxel de 11.6 micras trabajando a 1200 mm de focal da una resolución de 1.99 segundos de arco por píxel.
- Una cámara ST9 con tamaño de píxel de 20 micras trabajando a 2000 mm de focal proporciona una resolución de 2.06 segundos de arco por píxel.

La precisión superior al tamaño del píxel se debe a que una estrella bien muestreada ocupa varios pixeles, con lo que podemos encontrar el centroide de esta estrella con mayor precisión que si ésta ocupara un solo píxel.

Imaginemos una porción de chip de  $7 \times 7$  píxeles, en la que nos aparece una imagen de una estrella con un tamaño de unos 10 segundos de arco (Fig. 2). Como estamos trabajando a 2 segundos de arco por

píxel, la estrella abarcará aproximadamente un diámetro de 5 píxeles llenando un área de unos 20 píxeles. Podríamos optar por coger el píxel más iluminado (200), como el centro de la estrella, pero en este caso la precisión será tan sólo de medio píxel, o sea 1 segundo de arco aproximadamente. Pero existe un método mejor que aprovecha toda la información contenida en los 19 píxeles restantes, mediante una función gaussiana (los programas de astrometría ya lo tienen en cuenta) que permite determinar la posición del máximo de intensidad de la estrella con una precisión del orden de una décima parte de un píxel (0.2 segundos de arco en este ejemplo).

En la Fig. 3 se muestra un ejemplo de una imagen CCD superpuesta a un catálogo estelar. Una vez reconocido el campo, en el que hay 66 estrellas identificadas, el programa calcula la escala de la imagen en segundos de arco por píxel, así como la rotación del campo con respecto a los ejes celestes.



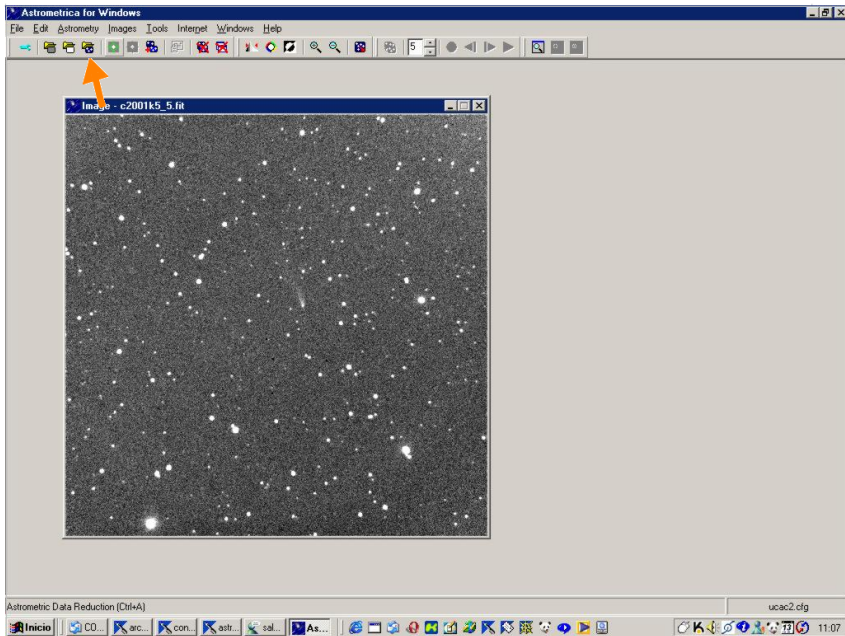
*Figura 3. Ejemplo de una imagen real superpuesta a un catálogo estelar.*

#### 4. Astrometría con *ASTROMETRICA*

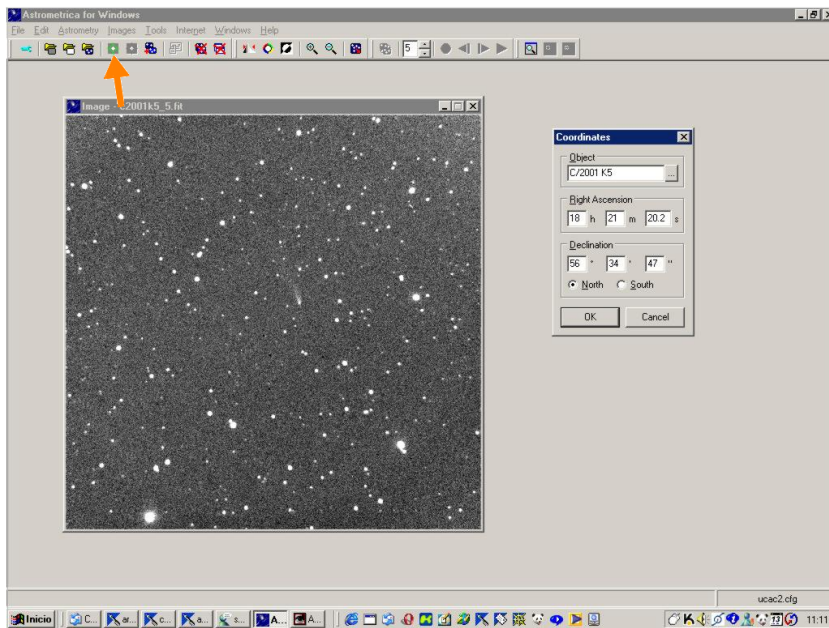
Veamos cómo hacer astrometría con un programa concreto. En este caso hemos escogido *ASTROMETRICA*, ya algo desfasado pero aún muy usado por su facilidad de uso.

##### 4.1. Procedimiento clásico

Primero cargamos uno o diversas imágenes en el programa haciendo clic en el icono azul señalado por la flecha (Fig. 4). Después hacemos clic en el icono verde en forma de círculo, Fig. 5, y nos aparece un menú en el que colocaremos el nombre del cometa o asteroide, o en su defecto la posición del centro



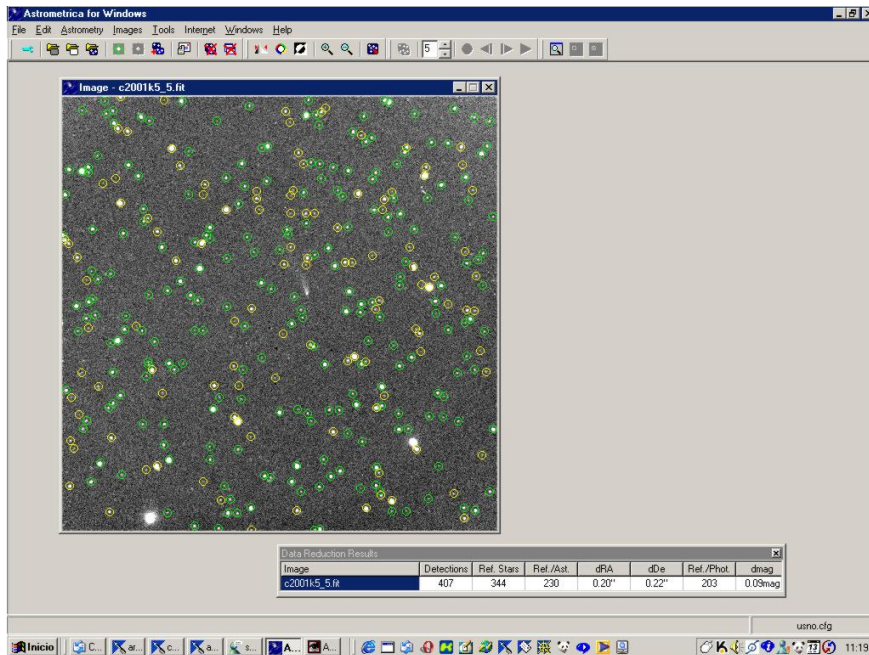
*Figura 4. Carga de una o más imágenes en ASTROMETRICA.*



*Figura 5. Acceso al menú para establecer el objeto o las coordenadas del centro de la imagen.*

de coordenadas de la imagen, o sea, donde apunta el telescopio (algunos programas como Maxim DL guardan directamente las coordenadas en la cabecera Fits , no siendo necesario introducirlas a mano). A continuación clicaremos OK.

Nos aparecerá entonces un cuadro, con las estrellas utilizadas para la astrometría y la fotometría, Fig. 6. Las estrellas marcadas con círculos verdes son aquellas que el programa ha podido identificar con el catálogo elegido en el archivo de configuración, y en las que su posición coincide con un error inferior al indicado. Debemos fijarnos en que los valores de error dRA y dDe estén por debajo del segundo de arco, de lo contrario tendremos que desestimar la toma.



**Figura 6.** Ventana con el cuadro que contiene las estrellas identificadas en el catálogo elegido (en verde).

Tan sólo nos queda hacer clic sobre el cometa, o si no sabemos exactamente dónde se encuentra, podemos hacer clic en el menú Tools -Known Object Overlay, y nos aparecerá un cuadradito donde debería estar el cometa, Fig. 7. Para que esta opción funcione correctamente debemos tener actualizado el archivo MPCorb y Comet.dat del MPC (actualizables desde el menú Internet Download MPCorb). Esta opción es sólo una ayuda, nada más, porque debemos tener claro que no siempre nos aparecerá el cometa en el centro del cuadradito, o en el peor de los casos, lo que el cuadradito marcará no será un cometa, sino una estrella o simplemente ruido. Una vez más, apreciar el movimiento del objeto en varias imágenes, es la única garantía de que estamos obrando correctamente.

Una vez clicado el cometa o asteroide, nos aparecerá una imagen detallada del mismo para cerciorarnos de que el programa ha seleccionado bien el centroide, Fig. 8. Después clicamos en el botón indicado por 1º, y nos aparecerá una lista de posibles objetos en esta zona. Clicando en 2º seleccionamos el objeto deseado. Clicamos entonces en Ok, flecha 3º, y después aceptamos en 4º. Finalmente, obtenemos el



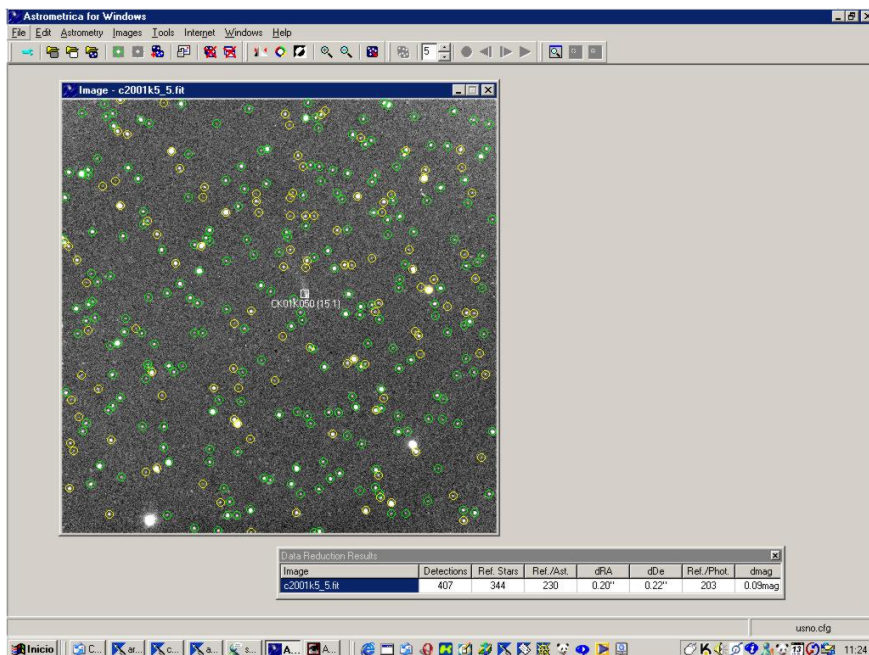


Figura 7. Posición para el cometa calculada por Astrometrica.

reporte con la observación, Fig. 9, que podremos enviar al MPC (para verlo, haremos clic en File-View MPC Report File).

#### 4.2. Track-stack

Existe otro procedimiento, llamado *Track-stack*, que permite sumar varias imágenes, pero con la peculiaridad de que éstas se suman sobre la posición del cometa. Esto permite poder realizar astrometría de objetos que por su debilidad no aparecen en una sola toma de exposición prolongada, pero sí aparecen en una suma de varias exposiciones. Este procedimiento es también muy útil para poder capturar objetos que, debido a su rapidez de desplazamiento, no permiten un tiempo de exposición prolongado. Esta opción nos permitirá capturar objetos que por su extrema debilidad no aparecen en una única toma.

En la imagen mostrada en la Fig. 10, de 3 minutos de exposición, deberíamos poder ver el cometa C/2003 U2, aunque debido a su debilidad, no somos capaces de distinguirlo del fondo de cielo en una única toma. Tampoco podemos realizar una toma de mayor duración, porque el cometa, en este caso, nos aparecería movido a causa de su movimiento propio respecto al de las estrellas, y no podríamos realizar una astrometría fiable ya que aparecería como un trazo. Para solucionar este problema, es posible sumar varias imágenes de breve exposición con el método Track Stack, con la salvedad de que el programa tendrá en cuenta el movimiento propio del cometa y desplazará las imágenes de forma que se sumen sobre la posición del mismo.

Para cargar las diversas imágenes, pulsaremos sobre el icono azul stack images, Fig. 11. En el menú correspondiente seleccionaremos todas las imágenes que deseamos sumar. Ahora colocaremos el nombre del cometa, para que el programa pueda desplazar las imágenes de forma oportuna (debemos tener los parámetros orbitales actualizados), Fig. 12. Si es un objeto nuevo, pero conocemos su movimiento (Speed) y ángulo (P.A.) podremos poner estos valores manualmente (muy útil para poder confirmar Neos del NEOCP). Después de cargarse las imágenes nos aparece una imagen resultante, Fig. 13.

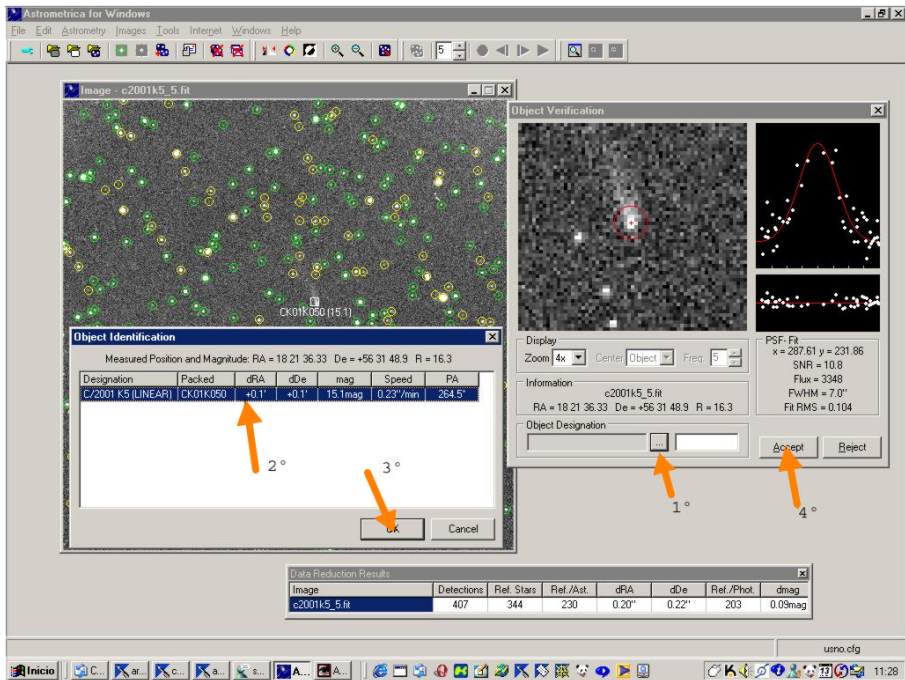


Figura 8. Imagen detallada del cometa, y zonas de la ventana (indicadas con números) en las que podemos clicar para obtener diferentes informaciones.

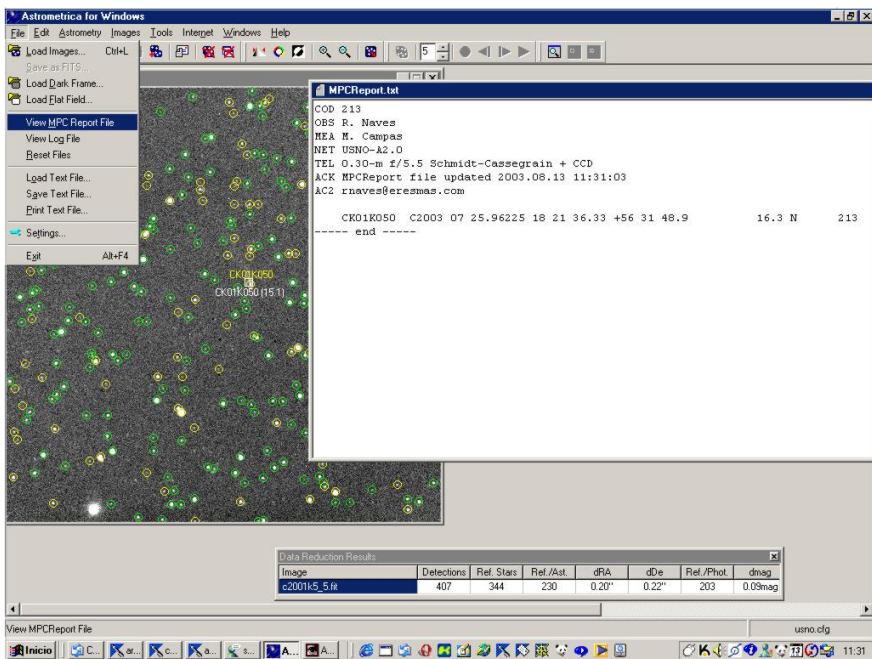
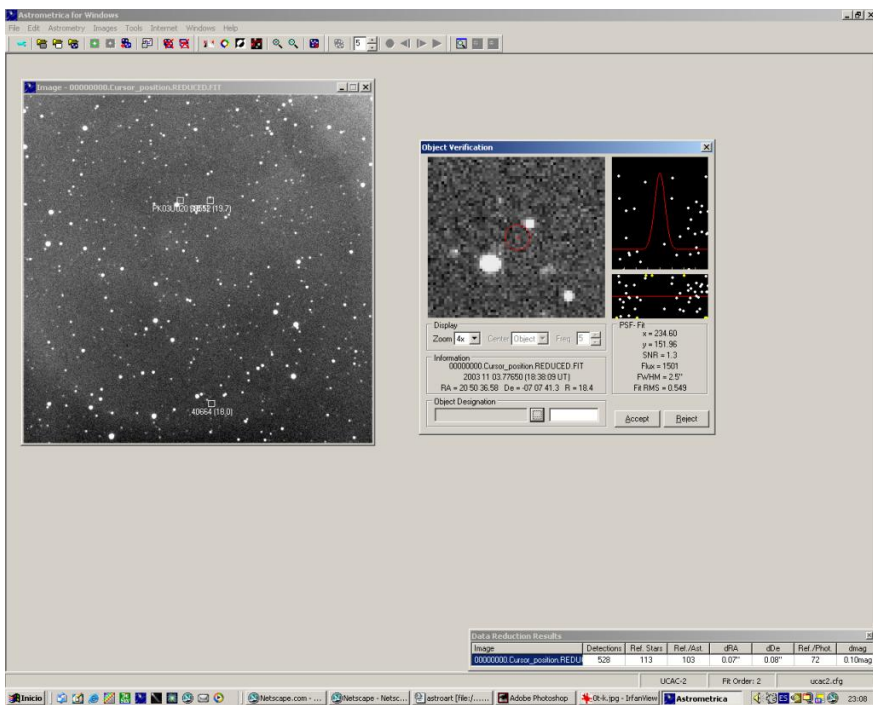
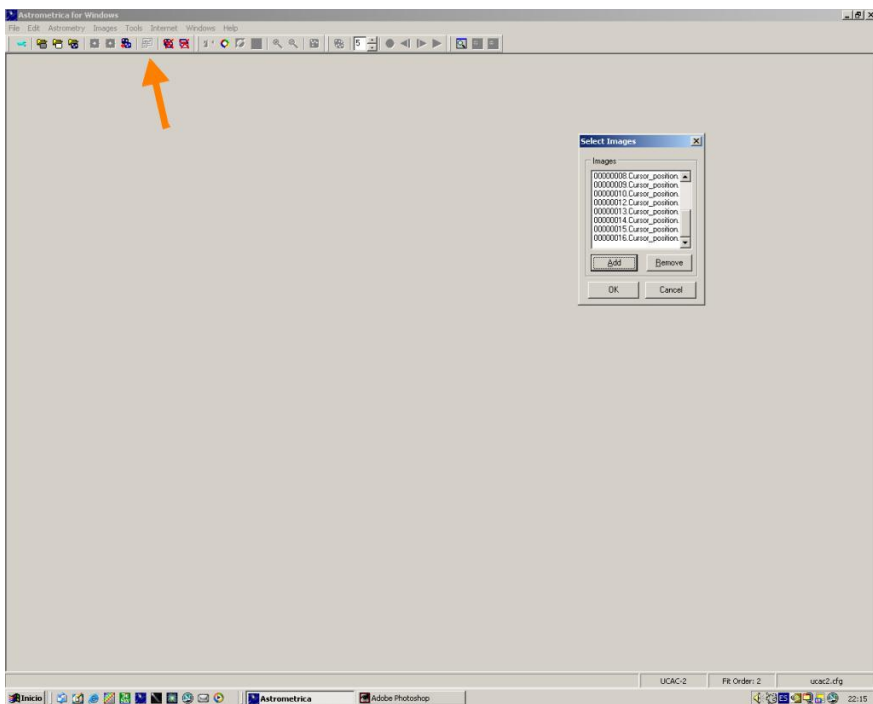


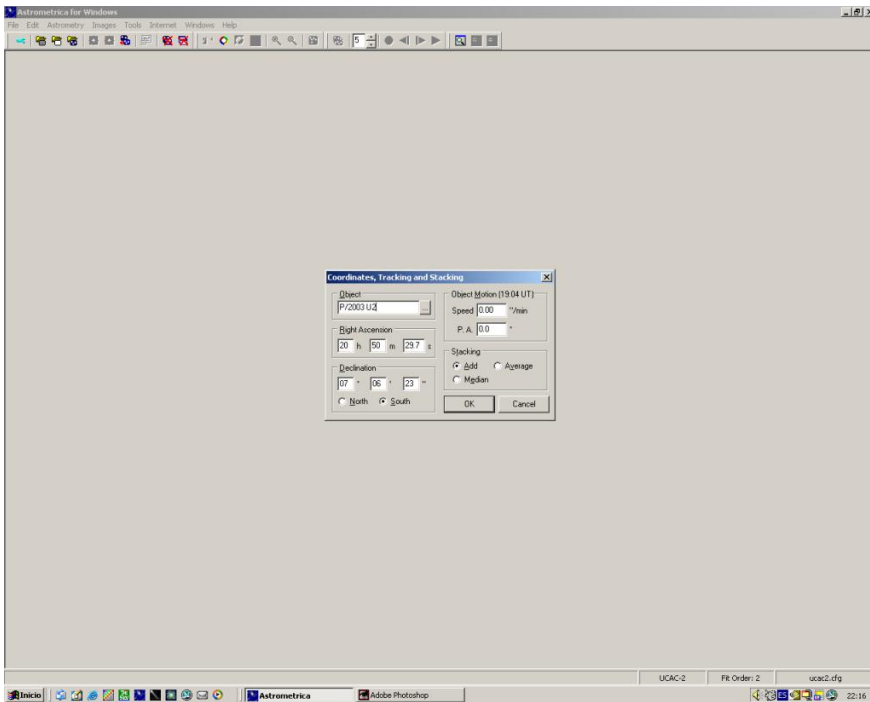
Figura 9. Reporte de la observación, listo para ser enviado al MPC.



**Figura 10.** Imagen de 3 minutos de exposición de la región ocupada por el cometa C/2003 U2. Debido a su baja magnitud, el cometa no es visible.



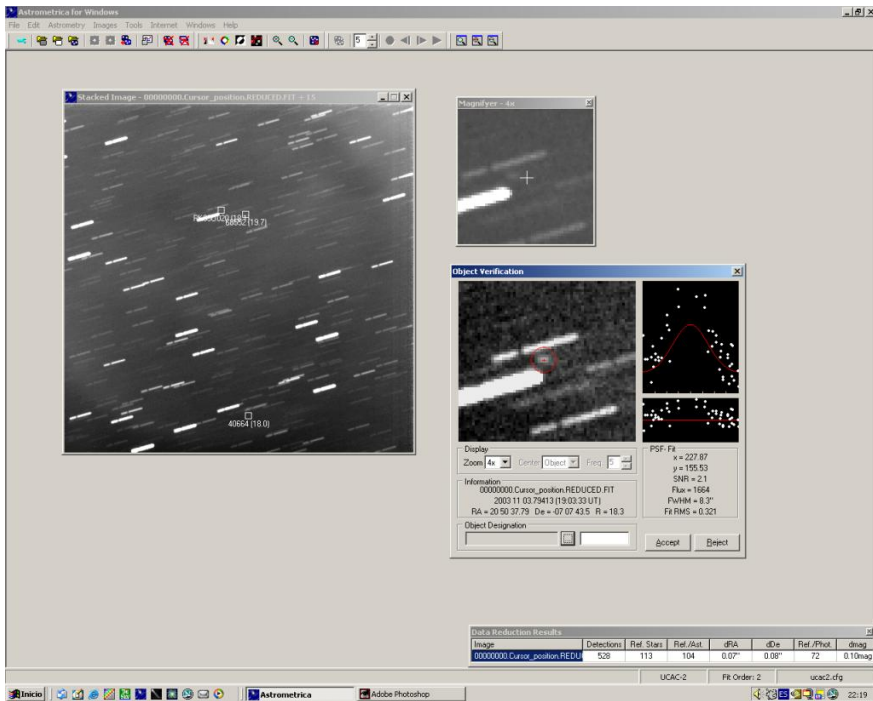
**Figura 11.** Procedimiento para seleccionar las imagen que queremos sumar.



*Figura 12. Carga del nombre del objeto, o de sus coordenadas celestes.*



*Figura 13. Imagen resultante del proceso de suma de imágenes individuales.*



**Figura 14.** Imagen sumada y ventanas con detalle del objeto, con una configuración similar a la de una imagen individual.

Ahora pulsaremos sobre el cometa y procederemos como si de una imagen normal se tratara, Fig. 14. En la línea de formato MPC resultante, el tiempo medio de exposición es justo el tiempo medio total desde que se realizó la primera exposición, hasta que concluyó la última, siendo este procedimiento totalmente correcto.

### 4.3. Configuración de ASTROMETRICA

La configuración del programa (Program Settings) se realiza rellenando una serie de seis menús, Fig. 15.

En el menú *Observing site* colocamos nuestros datos personales y situación del observatorio:

- **MPC Code:** Código MPC de nuestro observatorio (en el caso de no disponer de código debemos poner XXX para pedir un código de observatorio al MPC)
- **Longitude:** Longitud del observatorio
- **Latitude:** Latitud del observatorio  
Tanto la latitud como la longitud deben ponerse en decimales de grado; no deben usarse grados minutos y segundos
- **Height:** Altura sobre el nivel del mar en metros
- **Contact:** nombre y dirección
- **E-mail:** correo electrónico
- **Observer:** nombre del observador
- **Measurer:** nombre de la persona que realiza las mediciones

- **Telescope:** se pone el diámetro en metros del telescopio, ni marca, ni modelos, solo el tipo y la relación focal

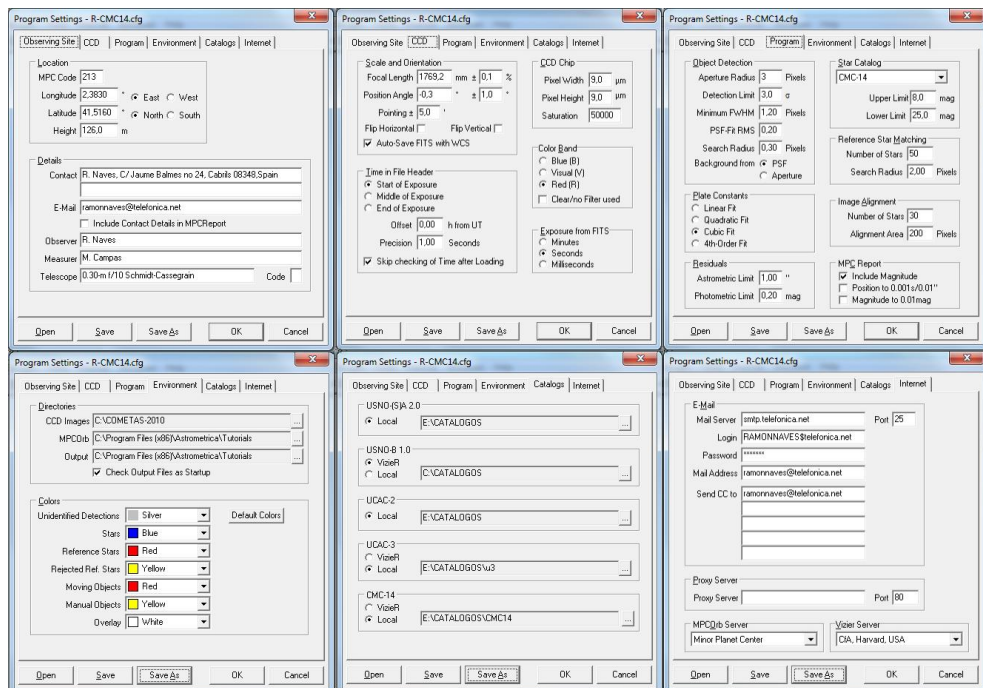


Figura 15. Menús de configuración de Astrometrica.

En el siguiente menú, CCD, se especifican los datos técnicos del telescopio y de la cámara:

- **Focal Length:** longitud focal *real*. En la ventana  $\pm$  recomiendo poner 0.1%, pues así los cálculos son más rápidos (debemos conocer nuestra focal con total precisión, Astrometrica permite calcularla)
- **Position Angle:** Es el ángulo de posición de la cámara, en  $\pm$  suelo poner 1%. Casi nunca sacó la cámara de mi telescopio, y si es imprescindible hacerlo se debe colocar siempre lo mas igual posible o tendréis que cambiar este valor constantemente después de cada montaje
- **Pointing  $\pm$ : 5.0** (por defecto)
- **Flip Horizontal** y
- **Flip vertical:** nos permiten visualizar las imágenes giradas tanto vertical como horizontalmente (ojo pues afecta al reconocimiento del campo)
- **Auto Save Fits with WCS:** suelo tener este cuadradito marcado; de esta manera se guardan en la cabecera fits el centro de coordenadas que ha sido calculado por Astrometrica después del reconocimiento del campo
- **CCD Chip Pixel Width** y **Pixel Height:** aquí ponemos la anchura y altura de los píxeles de nuestra cámara
- **Saturation:** aquí ponemos el nivel donde nuestra cámara pierde la linealidad y satura (más adelante podremos ver cómo hacer una prueba de linealidad de nuestra cámara)
- **Color Band:** sirve para elegir el color de la banda fotométrica.

En el cuadro **Time in file header**, tenemos las siguientes ventanas:

- **Start of exposure:** esta es la opción más normal (aquí hay que comprobar que nuestra cámara dé el tiempo del inicio de las tomas)
- **Offset:** yo lo tengo en 00 pues uso el tiempo UTC en mi ordenador. La mayoría de programas para manejar la cámara ya lo descuentan, así que normalmente no hace falta descontar nada aquí.
- **Precision:** 1.00 segundos es lo normal
- **Skip checking of time after loading:** si esta marcado os evitará tener que verificar las ventanas donde se muestra el tiempo de las tomas
- **Exposure from fits:** lo normal es tenerlo en Seconds

En el menú **Program** se introducen diversos datos técnicos del programa, así como los catálogos a utilizar.

- **Aperture radius:** su valor depende, pero entre 2-5 dependiendo del *seeing*. Recomiendo probar con 4
- **Detection limit:** 4 es lo más recomendable
- **Minimum FWHM:** 1.2; de esta manera no se confunde con tantos artefactos
- **PSF-Fit RMS:** 0.2 (por defecto)
- **Search Radius:** 0.75 (por defecto)

En el cuadro **Star Catalog** escogemos GAIA DR2 (para fotometría con focas). La **Upper Limit** es la magnitud límite superior (yo pongo 8), mientras que **Lower limit** es la magnitud límite inferior (yo uso 18, pues el catálogo llega hasta ese límite).

En el cuadro **Plate Constants** recomiendo usar **Quadratic Fit**, o si no **Cubic Fit** (esto hace referencia a las funciones usadas en el ajuste matemático del campo (en telescopios con más distorsiones ópticas **Cubic Fit** puede funcionar mejor, pese a ser más lento). En **Residuals** ponemos 1.00 en **Astrometric Limit** y 1.00 en **Photometric Limit**. Los valores del resto de ventanas conviene dejarlos como viene por defecto en *Astrometrica*.

El menú **Environment** nos permite establecer las direcciones donde guardamos los datos, los catálogos orbitales, etc. Tenemos las siguientes ventanas:

- **CCD images:** poner la ruta donde tengamos guardadas las imágenes
- **MPCOB:** normalmente dejarlo por defecto tal como está
- **Output:** conviene poner el directorio de *Astrometrica*, `c:\archivos de programa\astrometrica`. el resto como viene por defecto.

En el resto conviene dejar los valores por defectos.

En el menú **Catalogs** estableceremos la ruta para los catálogos estelares. Indicaremos si están en nuestro disco duro o si hay que cargarlas de manera **online**. Finalmente, el menú **Internet** nos permite introducir los datos de nuestra configuración de correo electrónico, y la dirección desde donde se bajan los catálogos **online**.







1001011101001100  
1111001010011110  
1001011101001100  
1111001010011110  
00e9 4819  
fdf0 8888 0098 7667  
778a 8828 8888 003c  
3b82 0010 0000  
0004 0218 7b7a  
c7c8 089a ffff

```
import math  
def kepler_solver(eccentricity, mean_anomaly, tolerance=1e-10, max_iterations=1000):  
    eccentric_anomaly = mean_anomaly # Initial guess  
    for _ in range(max_iterations):  
        f = eccentric_anomaly - eccentricity * math.sin(eccentric_anomaly) - mean_anomaly  
        f_prime = 1.0 - eccentricity * math.cos(eccentric_anomaly)  
        eccentric_anomaly -= f / f_prime  
    if abs(f) < tolerance:  
        return eccentric_anomaly
```

